Electrónica Básica - Examen de Septiembre 16-09-2003

Todos los Grupos.

RESUELTO

LOS MÉTODOS PARA SOLUCIONAR LOS PROBLEMAS NO SON ÚNICOS, POR LO QUE LOS PROPUESTOS AQUÍ TIENEN CARÁCTER ÚNICAMENTE ILUSTRATIVO.

P1	P2	P3	TOTAL
ARV	AAJ	RRF	

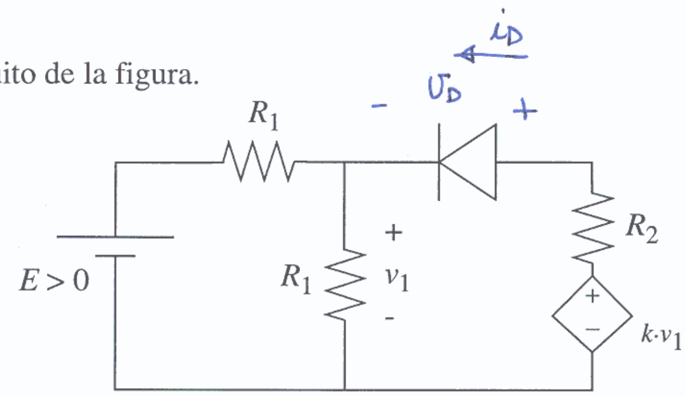
Nombre:____ **Grupo:** ______

Todos los alumnos deben realizar todos los problemas.

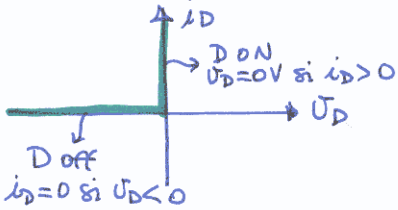
Por favor, no emplee más espacio que el indicado para cada apartado.

Todos los problemas valen los mismos puntos.

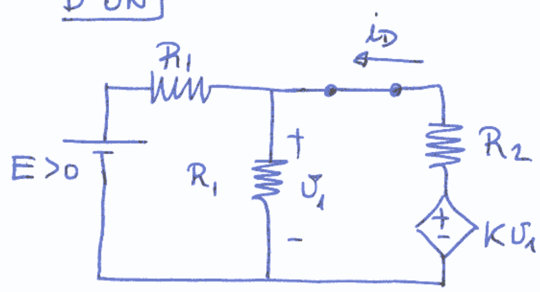
P1.- Considere el circuito de la figura.



1a) Considerando un modelo ideal para el diodo, determine qué condición debe cumplir k para que el diodo siempre esté encendido (ON).



D ON



$$\frac{E - v_1}{R_1} + \underbrace{\frac{Kv_1 - v_1}{R_2}}_{i_D} = \frac{v_1}{R_1} \Longrightarrow v_1\left(2 + (1-k)R_1/R_2\right) = E$$

$$\boxed{v_1 = \frac{1}{2 + (1-k)R_1/R_2} E}$$ suponiendo el D ON

$$i_D = \frac{(K-1)v_1}{R_2} = \frac{k-1}{R_2} \frac{1}{2+(1-k)R_1/R_2} E > 0 \Longrightarrow \frac{k-1}{2+(1-k)R_1/R_2} > 0$$

ya que $E>0$ ($y\ R_2>0$)

$$\frac{k-1}{2+(1-k)R_1/R_2} > 0 \Longrightarrow \frac{\oplus}{\oplus} \to k-1>0 \Longrightarrow k>1$$

$$\oplus \to 2+(1-k)R_1/R_2 > 0 \Rightarrow 2\frac{R_2}{R_1} + 1 > K$$

$$\boxed{1 < K < 1 + 2\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\frac{\ominus}{\ominus} \Rightarrow k-1<0 \to k<1$$

$$\ominus \to 2+(1-k)R_1/R_2 < 0 \to 2\frac{R_2}{R_1} + 1 < k$$

$\rightarrow\leftarrow$

Luego la condición para D ON es

$$\boxed{1 < K < 1 + 2\frac{R_2}{R_1}}$$

En ese caso:

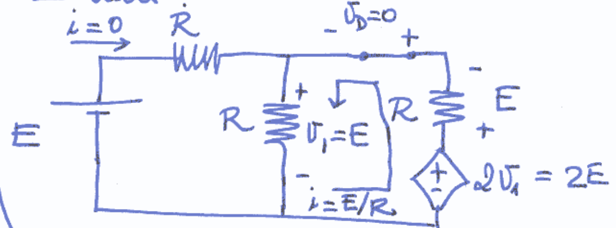
$$\boxed{v_1 = \frac{1}{2+(1-k)R_1/R_2} E}$$

1b) Determine la tensión v_1 si $k = 2$ y $R_1 = R_2 = R$.

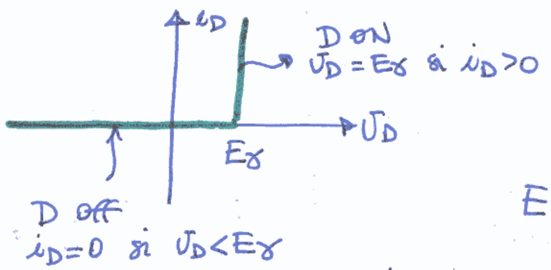
$R_1 = R_2 = R \Longrightarrow 1 < k < 1+2 \longrightarrow 1<k<3$, para DON

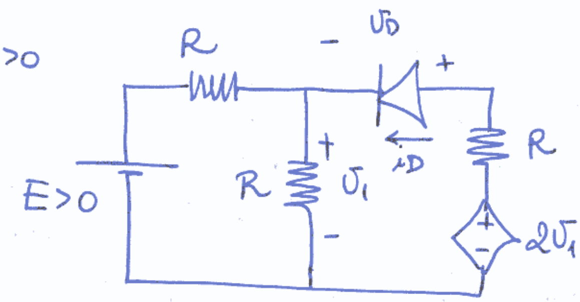
Como $k=2 \longrightarrow$ DON $\longrightarrow \boxed{v_1 = \dfrac{1}{2+(1-2)R/R} E = E}$

Es decir:

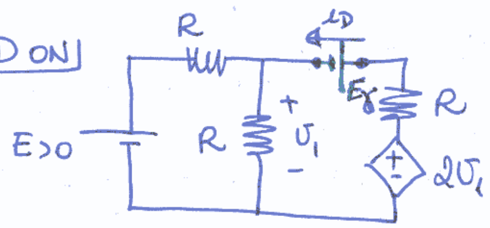


1c) Suponiendo $k = 2$ y $R_1 = R_2 = R$, considere ahora un modelo con tensión de encendido (corte) E_γ para el diodo. Determine v_1 en función de E para los distintos modos de operación del diodo.





D ON

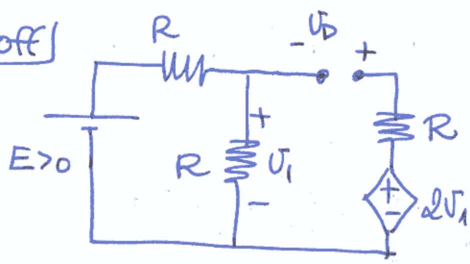


$$\frac{E-v_1}{\cancel{R}} + \underbrace{\frac{2v_1-(v_1+E_\gamma)}{\cancel{R}}}_{i_D} = \frac{v_1}{\cancel{R}}$$

$$\boxed{v_1 = E - E_\gamma}$$

$$i_D = \frac{2v_1-(v_1+E_\gamma)}{R} = \frac{v_1-E_\gamma}{R} = \frac{E-2E_\gamma}{R} > 0 \longrightarrow \boxed{E > 2E_\gamma}$$ para D ON

D off

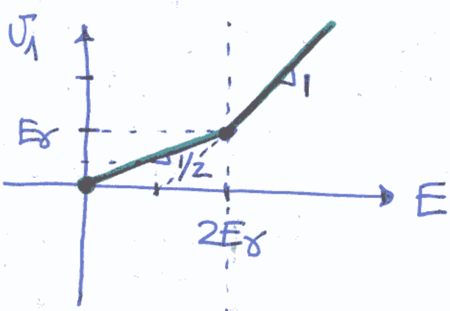


$\boxed{v_1 = \dfrac{E}{2}}$, por divisor de tensiones

$$v_D = 2v_1 - v_1 = v_1 = \frac{E}{2} < E_\gamma$$

$$\Downarrow$$

$\boxed{E < 2E_\gamma}$ para D off



(suponemos E>0)
(como en el enunciado)

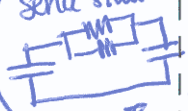
P2.- Considere el circuito de la figura, en la que la red N está formada por dos resistencias de valor R.

2a) Diseñe la red resistiva N para que la dinámica del sistema sea de primer orden.
Determine la ecuación diferencial que rige el comportamiento dinámico y la constante de tiempo.
Determine $v_1(t)$ si el condensador C_1 está inicialmente descargado y C_2 presenta una tensión E.

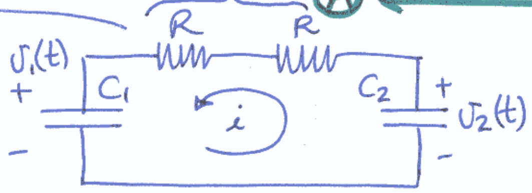
Para que la dinámica sea de 1^er orden, se deben poder asociar los 2 condensadores en serie o en paralelo. Así, tendremos 2 posibilidades:

AMBAS VÁLIDAS

(sería similar)



(A)



$v_1(0)=0$ $\qquad$ $v_2(0)=E$

KCL $\quad C_1\dfrac{dv_1}{dt}=-C_2\dfrac{dv_2}{dt} \longrightarrow v_2(t)=-\dfrac{C_1}{C_2}v_1(t)+\text{cte}$

$v_2(0)=E=-\dfrac{C_1}{C_2}\cdot 0+\text{cte}$

$$\Rightarrow \boxed{v_2(t)=-\frac{C_1}{C_2}v_1(t)+E}$$

KVL $\quad v_1(t)-v_2(t)+2R\underbrace{C_1\dfrac{dv_1}{dt}}_{i}=0$

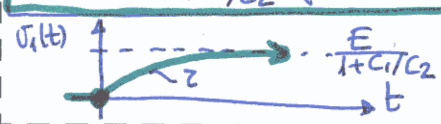
$$v_1(t)+\frac{C_1}{C_2}v_1(t)-E+2RC_1\frac{dv_1}{dt}=0$$

$$\boxed{\frac{dv_1}{dt}+\underbrace{\left(1+\frac{C_1}{C_2}\right)\frac{1}{2RC_1}}_{1/\tau}v_1=\frac{1}{2RC_1}E}$$

$$\boxed{\tau=2RC_1\cdot\frac{1}{1+C_1/C_2}}$$

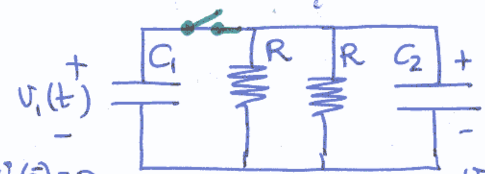
en $t\to\infty$ $\quad v_1(t)\to\dfrac{E}{1+C_1/C_2}$

$$\boxed{v_1(t)=\frac{E}{1+C_1/C_2}\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$$



(B)

(Sería similar:)

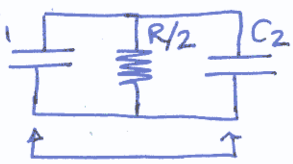


$v_1(0^-)=0$ $\qquad$ $v_2(0^-)=E$

En este caso, es necesaria una redistribución de carga inicial e instantánea, para igualar las tensiones:

$$C_1v_1(0^-)+C_2v_2(0^-)=(C_1+C_2)v(0^+)$$

$$v(0^+)=\frac{C_2}{C_1+C_2}E=\frac{E}{1+C_1/C_2}$$



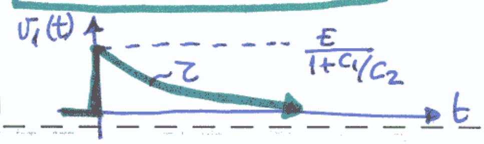
+ $v(t)$ – $\qquad v(0^+)=\dfrac{E}{1+C_1/C_2}$

$$(C_1+C_2)\frac{dv}{dt}+\frac{2}{R}v=0$$

$$\boxed{\frac{dv(t)}{dt}+\underbrace{\frac{2}{R}\frac{1}{C_1+C_2}}_{1/\tau}v(t)=0}$$

$$\boxed{\tau=\frac{R}{2}(C_1+C_2)}$$

$$\boxed{v(t)=\frac{E}{1+C_1/C_2}e^{-t/\tau}}$$

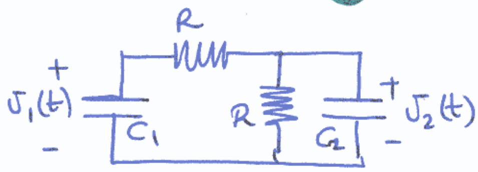


2b) Diseñe la red resistiva N para que la dinámica del sistema sea de segundo orden.
Determine la ecuación diferencial que rige el comportamiento dinámico, la constante de amortiguamiento y la frecuencia de resonancia.
Determine $v_1(t)$ si C_1 está inicialmente descargado, C_2 presenta una tensión E y $C_1 = C_2 = C$.

Para que la dinámica sea de 2º orden, no se deben asociar ni en serie ni en paralelo los 2 condensadores. Así, se tienen 2 posibilidades

A ⟵ AMBAS VÁLIDAS ⟶ B

A



KCL $\quad C_1\dfrac{dv_1}{dt} + \dfrac{v_2}{R} + C_2\dfrac{dv_2}{dt} = 0 \qquad$ (A.1)

KVL $\quad v_2 = v_1 + RC_1\dfrac{dv_1}{dt} \qquad$ (A.2)

Sustituyendo (A.2) en (A.1):

$$C_1\frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1}{R} + C_1\frac{dv_1}{dt} + C_2\frac{dv_1}{dt} + RC_1C_2\frac{d^2v_1}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2v_1}{dt^2} + \underbrace{\frac{2C_1+C_2}{RC_1C_2}}_{2\xi\omega_0}\frac{dv_1}{dt} + \underbrace{\frac{1}{R^2C_1C_2}}_{\omega_0^2}v_1 = 0}$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}}$$

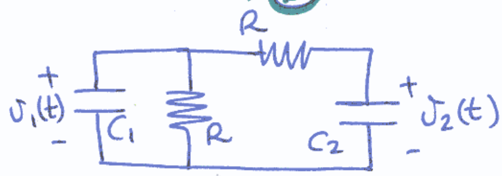
$$\boxed{\xi = \frac{2C_1+C_2}{RC_1C_2}\frac{1}{2}R\sqrt{C_1C_2} = \frac{2C_1+C_2}{2\sqrt{C_1C_2}}}$$

Condiciones iniciales:

$v_1(0) = 0$

$(A.2) \Longrightarrow \left.\dfrac{dv_1}{dt}\right|_{t=0} = \dfrac{E}{RC_1}$

B



KCL $\quad C_1\dfrac{dv_1}{dt} + \dfrac{v_1}{R} + C_2\dfrac{dv_2}{dt} = 0 \qquad$ (B.1)

KVL $\quad v_1 = v_2 + RC_2\dfrac{dv_2}{dt} \qquad$ (B.2)

$(B.1) \longrightarrow \dfrac{dv_2}{dt} = -\dfrac{C_1}{C_2}\dfrac{dv_1}{dt} - \dfrac{1}{RC_2}v_1 \qquad$ (B.3)

$(B.2) \longrightarrow v_2 = v_1 - RC_2\dfrac{dv_2}{dt} \underset{\uparrow (B.3)}{=} 2v_1 + RC_1\dfrac{dv_1}{dt} \qquad$ (B.4)

Derivando (B.4) e igualando con (B.3):

$$2\frac{dv_1}{dt} + RC_1\frac{d^2v_1}{dt^2} = -\frac{C_1}{C_2}\frac{dv_1}{dt} - \frac{1}{RC_2}v_1$$

$$\boxed{\frac{d^2v_1}{dt^2} + \underbrace{\frac{C_1+2C_2}{RC_1C_2}}_{2\xi\omega_0}\frac{dv_1}{dt} + \underbrace{\frac{1}{R^2C_1C_2}}_{\omega_0^2}v_1 = 0}$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}}$$

$$\boxed{\xi = \frac{C_1+2C_2}{RC_1C_2}\frac{1}{2}R\sqrt{C_1C_2} = \frac{C_1+2C_2}{2\sqrt{C_1C_2}}}$$

Condiciones iniciales:

$v_1(0) = 0$

$(B.4) \Longrightarrow \left.\dfrac{dv_1}{dt}\right|_{t=0} = \dfrac{E}{RC_1}$

Si $C_1 = C_2 = C$, ambos problemas (A, B) son equivalentes

Luego en ambos casos: $\dfrac{d^2v_1}{dt^2} + \dfrac{3}{RC}\dfrac{dv_1}{dt} + \dfrac{1}{(RC)^2}v_1 = 0 \quad \begin{cases} v_1(0) \\ \left.\dfrac{dv_1}{dt}\right|_{t=0} = \dfrac{E}{RC} \end{cases}$

$s_{1,2} = \dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{3}{RC} \pm \sqrt{\dfrac{9}{(RC)^2} - \dfrac{4}{(RC)^2}}\right] = \dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2RC}$ CASO SOBREAMORTIG.

$s_1 = \dfrac{-3-\sqrt{5}}{2RC}$; $s_2 = \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2RC}$ (ambos negativos)

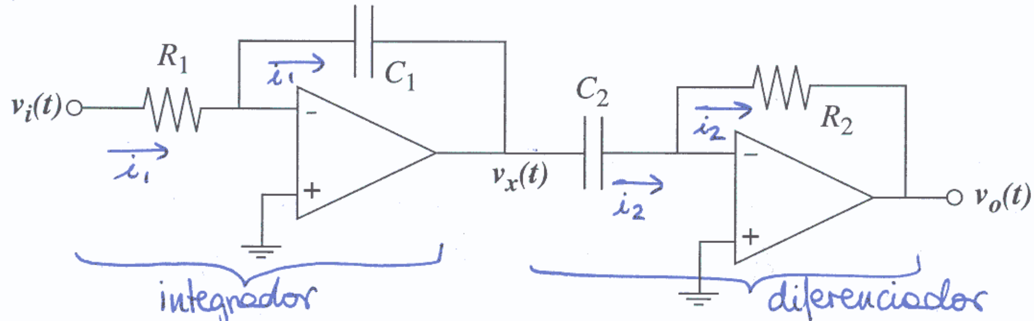
$v_1(t) = Ae^{-|s_1|t} + Be^{-|s_2|t}$

$v_1(0) = A + B = 0 \longrightarrow B = -A$

$\left.\dfrac{dv_1}{dt}\right|_{t=0} = -A|s_1| + A|s_2| = \dfrac{E}{RC} \Longrightarrow A = \dfrac{E}{RC}\dfrac{1}{|s_2|-|s_1|} = -\dfrac{E}{\sqrt{5}}$

$$\boxed{v_1(t) = \frac{E}{\sqrt{5}}\left(e^{\frac{-3+\sqrt{5}}{2RC}\cdot t} - e^{\frac{-3-\sqrt{5}}{2RC}\cdot t}\right)}$$

P3.- Considere el circuito con dos amplificadores operacionales mostrado en la figura.



3a) Suponiendo un modelo ideal para los amplificadores operacionales, determine $v_x(t)$ y $v_o(t)$ en función de la entrada $v_i(t)$.
Particularice los resultados para $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C_1 = 1\text{mF}$, $R_2 = 200\text{k}\Omega$ y $C_2 = 10\mu\text{F}$.

$$\frac{v_i}{R_1} = -C_1\frac{dv_x}{dt} \Longrightarrow \boxed{v_x(t) = -\frac{1}{R_1C_1}\int_0^t v_i(\tau)d\tau + v_x(0)}$$

$$C_2\frac{dv_x}{dt} = -\frac{v_o}{R_2} \Longrightarrow \boxed{v_o(t) = -R_2C_2\frac{dv_x(t)}{dt}} \Longrightarrow \boxed{v_o(t) = \frac{R_2C_2}{R_1C_1}v_i(t)}$$

$R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C_1 = 1\text{mF} \longrightarrow R_1C_1 = 1\text{s}$

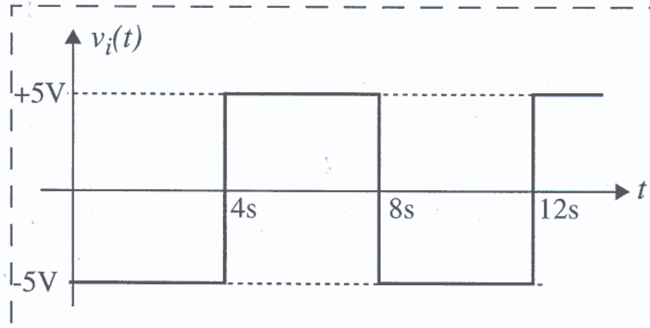
$R_2 = 200\text{k}\Omega$, $C_2 = 10\mu\text{F} \Longrightarrow R_2C_2 = 2\text{s}$

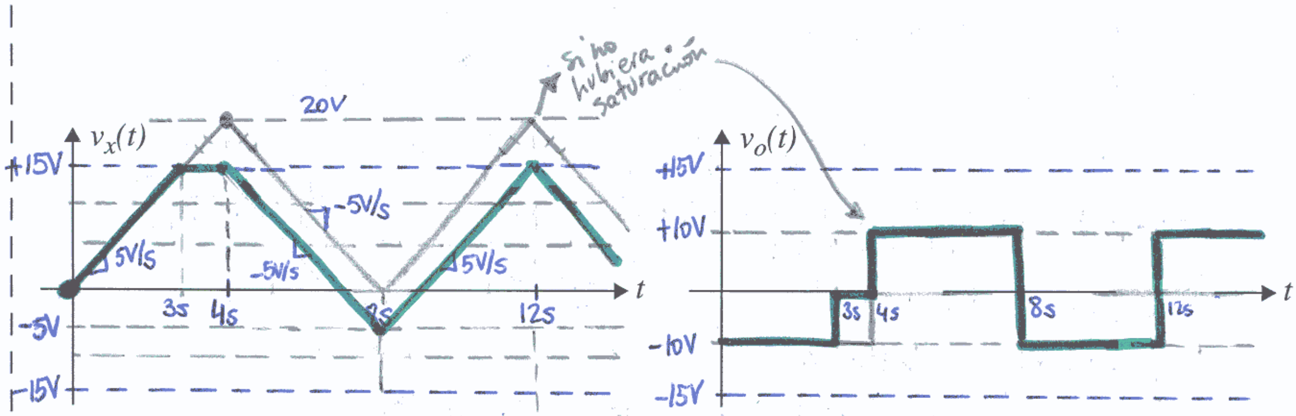
$$\boxed{v_x(t) = -\int_0^t v_i(\tau)d\tau + v_x(0)}$$

$$\boxed{v_o(t) = -2\frac{dv_x(t)}{dt} = 2v_i(t)}$$

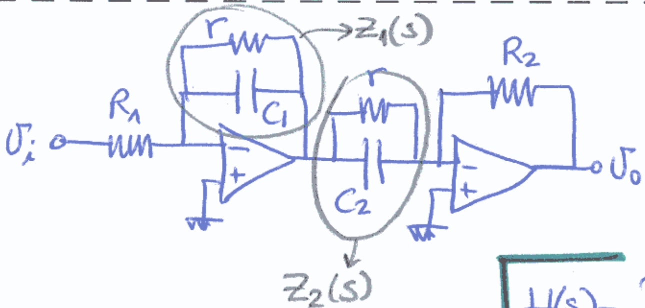
Suponiendo modelos ideales (sin saturación en tensión).

3b) Determine y dibuje $v_x(t)$ y $v_o(t)$ si la entrada $v_i(t)$ es la mostrada en la figura. Suponga que los dos amplificadores saturan en $\pm 15\text{V}$ y que los condensadores están inicialmente descargados.





3c) En el circuito de la figura anterior suponga ahora una resistencia $r = 1\text{M}\Omega$ en paralelo con cada uno de los condensadores.
Determine la función de transferencia $H(s) = v_o(s)/v_i(s)$ y dibuje su diagrama de Bode.



$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = H(s) = \left(-\frac{Z_1(s)}{R_1}\right)\left(-\frac{R_2}{Z_2(s)}\right)$$

$$\boxed{H(s) = \frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{sC_2 + 1/r}{sC_1 + 1/r} = \frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1 + s r C_2}{1 + s r C_1}}$$

$$Y_1(s) = \frac{1}{Z_1(s)} = sC_1 + 1/r$$

$$Y_2(s) = \frac{1}{Z_2(s)} = sC_2 + 1/r$$

- $K = \frac{R_2}{R_1} = 200 \longrightarrow K_{dB} \simeq 46\,\text{dB}$
- Cero real en semiplano izqdo: $\omega_z = \frac{1}{rC_2} = 10^{-1}$ rad/s
- Polo real en semiplano izqdo.: $\omega_p = \frac{1}{rC_1} = 10^{-3}$ rad/s