

ELECTRÓNICA BÁSICA

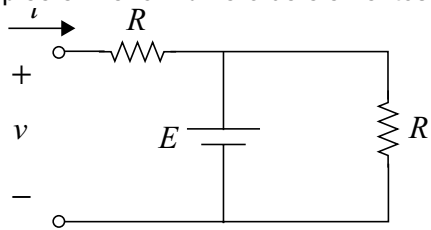
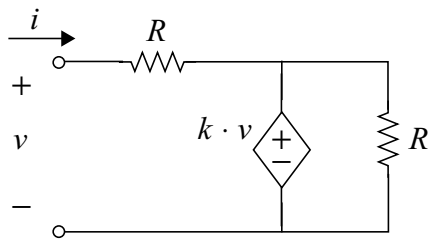
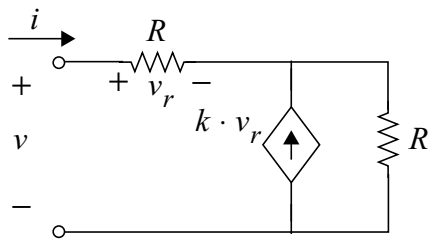
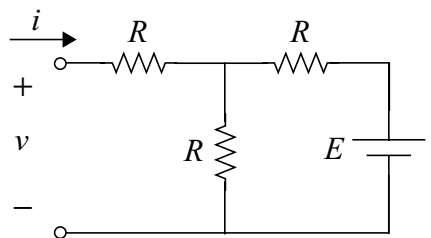
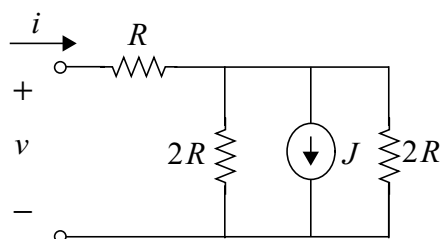
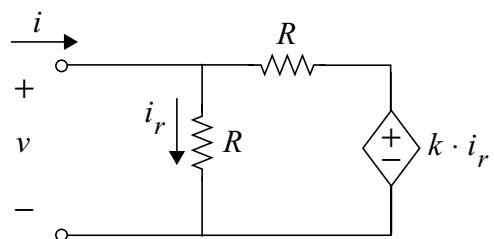
PRIMER PARCIAL. CURSO 03/04

NOMBRE Y APELLIDOS _____ GRUPO ____

Por favor, no emplee más espacio que el asignado a cada apartado

EJERCICIO 1

Para cada uno de los siguientes elementos de dos terminales, obtenga una representación equivalente que emplee el menor número de elementos posible.

**Fig. 1.1****Fig. 1.2****Fig. 1.3****Fig. 1.4****Fig. 1.5****Fig. 1.6**

EJERCICIO 2

La Fig. 2 muestra dos circuitos resistivos lineales, cuyas ecuaciones de funcionamiento se desean formular recurriendo a la técnica de análisis de nudos y de mallas. Para cada uno de ellos:

- Discuta si son directamente compatibles con el análisis de nudos.
- Obtenga un conjunto de ecuaciones independientes en función únicamente de las tensiones de los nudos.
- Discuta si son directamente compatibles con el análisis de mallas.
- Obtenga un conjunto de ecuaciones independientes en función únicamente de las intensidades en las mallas.

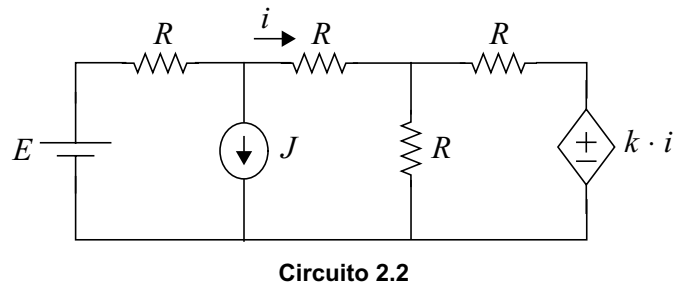
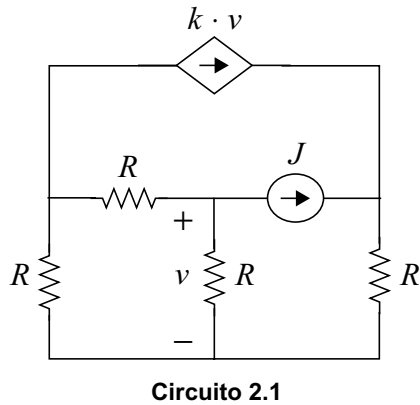


Fig. 2: Figura del Ejercicio 2

convergentes hacia puntos de equilibrio virtuales en los tramos externos, y con saltos al final de cada tramo convergente. La constante de tiempo,

$$\tau = L \cdot G_E \quad (1)$$

de las evoluciones convergentes se calcula a partir de la información temporal mostrada en la Fig.3, teniendo en cuenta que en ambas ramas exteriores la evolución dinámica se dirige hacia el estado $v = 0$, empezando en $v = \pm 2V$,

$$v(t) = 2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 1V = 2V \cdot e^{-\frac{4s}{\tau}} \Rightarrow \tau = \frac{4}{\ln(2)} \equiv L \cdot G_E \quad (2)$$

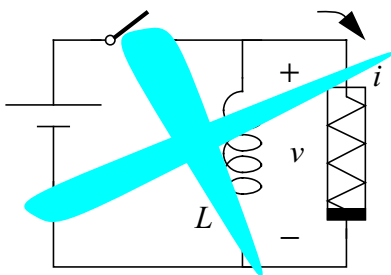
Falta por explicar el tramo divergente que va desde $t = 0$ hasta $t = 2s$. En este tramo divergente la evolución dinámica empieza en $v = 0.5V$ y se dirige hacia $v = 0$ para $t \rightarrow -\infty$. Por tanto, se ajusta a la siguiente ecuación,

$$v(t) = 0.5 \cdot e^{\frac{t}{\tau}} \quad (3)$$

de donde se calcula,

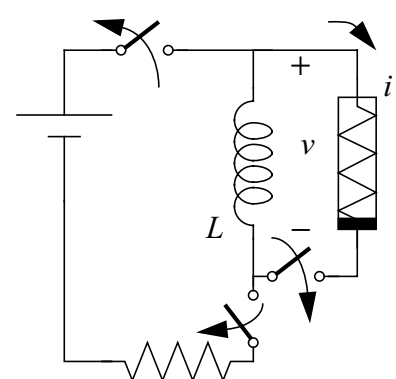
$$1V = 0.5V \cdot e^{\frac{2s}{\tau}} \Rightarrow \tau = \frac{2}{\ln(2)} \equiv L \cdot G_I \quad (4)$$

que es consecuente con la característica $i - v$, donde se observa que el tramo central tiene pendiente mitad, en valor absoluto, de la de los exteriores.



El único punto que queda por dilucidar se refiere a la introducción de la condición inicial, la tensión de $0.5V$. La posibilidad directa, mostrada a la izquierda no es posible porque deja indefinida la intensidad en la bobina; y al abrirse la llave la bobina forzaría

esa intensidad indefinida. Puesto que las bobinas mantienen la intensidad, hay que pensar en una manera de introducir las condiciones iniciales que fije la intensidad correspondiente a la tensión de $0.5V$ sobre la característica del resistor. Esto se puede conseguir mediante el circuito mostrado a la derecha, donde el resistor usado para establecer condiciones iniciales debe tener una conductancia G_I .

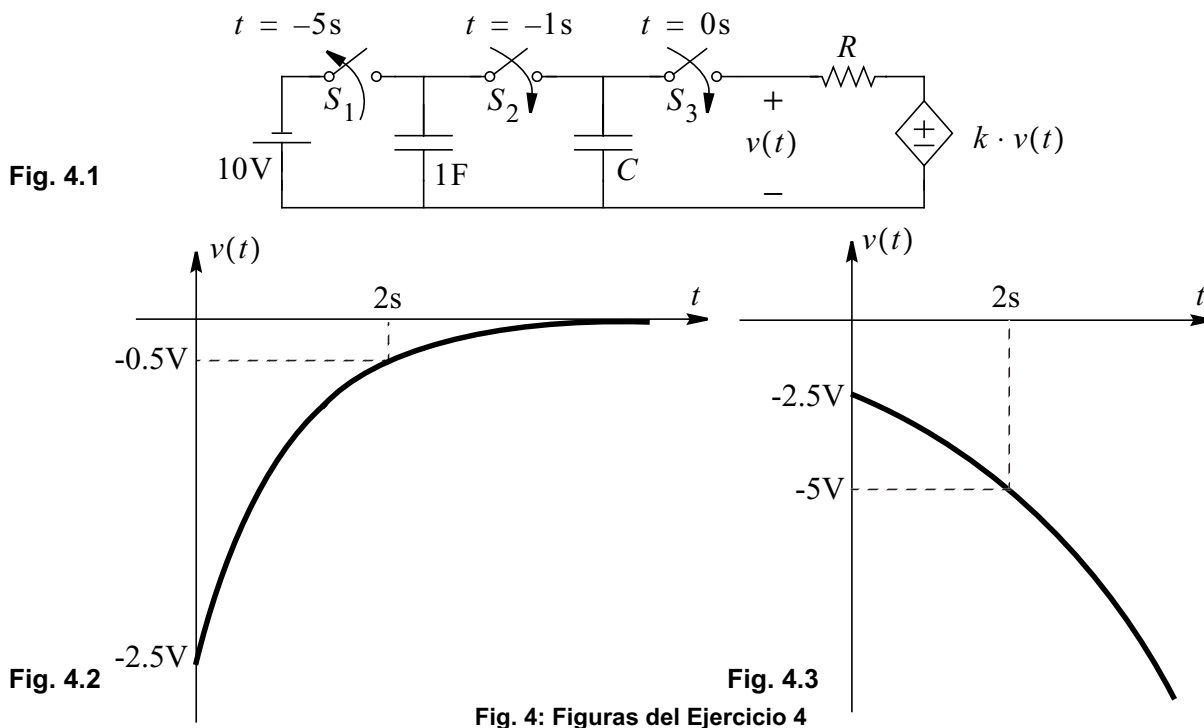


EJERCICIO 4

Las formas de onda de las Figs. 4.2 y 4.3 se observan en el circuito de la Fig. 4.1 a partir del instante $t = 0$, coincidiendo en cada caso con el cambio de estado de la llave S_3 (cierre de esta llave). La primera de estas formas de onda, la de la Fig. 4.2, se obtiene para $k = 0.5$; la segunda, Fig. 4.3, para un valor de k desconocido a priori. Tampoco se conocen los valores de la resistencia R y de la capacidad C .

Suponga que el condensador de capacidad C está descargado antes de que se cierre la llave S_2 .

- A partir de la información contenida en las formas de onda calcule el valor de C .
- A partir de la información contenida en las formas de onda calcule, justificando su respuesta, los valores de R y de k en el caso de la Fig. 4.3.
- Discuta qué elementos tendría que añadir o quitar al circuito para que, en el caso de la Fig. 4.2, la evolución temporal se produjera hacia un valor $v = 1\text{V}$.

**OBJETIVOS**

Este ejercicio se plantea con los siguientes **Objetivos**

- Evaluar si el alumno conoce el concepto de redistribución de carga
- Evaluar si el alumno conoce los conceptos básicos de circuitos dinámicos de primer orden:
 - Evolución de tipo exponencial entre un valor inicial y un valor final.
 - Ritmo de evolución marcado por una constante de tiempo.
 - Evolución temporal convergente en el caso de una constante de tiempo positiva.
 - Evolución temporal divergente en el caso de una constante de tiempo negativa.
- Evaluar si el alumno es capaz de aislar, por una parte, y concatenar, por otra, una secuencia de eventos asociados al comportamiento de un circuito.

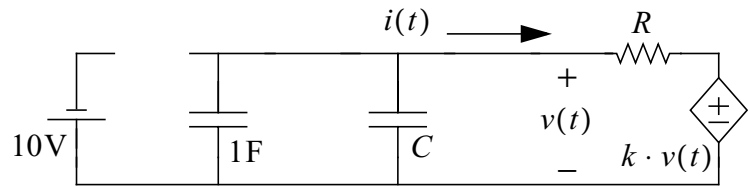
PROCEDIMIENTO

Lo primero es identificar las situaciones por las que pasa el circuito a medida que transcurre el tiempo, prestando atención a las topologías que se van obteniendo, y a sus comportamientos. Para esto, partiremos de las formas de onda presentadas en las Figs. 4.2 y 4.3 e iremos hacia atrás en el tiempo.

$t > 0$

Las Figs. 4.2 y 4.3 muestran formas de onda obtenidas para $t > 0$, siendo la topología del circuito la de la derecha

- La fuente de tensión no juega ningún papel en este intervalo, pues está aislada.



- Los dos condensadores conectados en paralelo pueden reemplazarse por un condensador equivalente con capacidad $C_{eq} = C + 1$, y tensión inicial $v(0_+)$.
- Este condensador equivalente evoluciona respondiendo sólo a su estado (su tensión inicial), pues no está sometido a ninguna otra excitación (no hay fuentes independientes excitando al circuito). Por tanto, cualquier forma de onda que se obtenga debe ajustarse a la ecuación,

$$v(t) = v(0_+) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5)$$

donde la constante de tiempo puede ser positiva (comportamiento convergente), o negativa (comportamiento divergente) y su valor se obtiene como el producto de C_{eq} por la resistencia equivalente vista por el condensador. Esta resistencia equivalente se obtiene a partir de la relación entre $v(t)$ e $i(t)$,

$$i(t) = \frac{1}{R}[v(t) - k \cdot v(t)] \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{1-k} \quad (6)$$

Notamos que la resistencia puede ser positiva o negativa, respectivamente, dependiendo del valor de k . Por tanto, dependiendo de dicho valor, la constante de tiempo,

$$\tau = R_{eq} \cdot C_{eq} = \frac{R \cdot (C + 1)}{1 - k} \quad (7)$$

será positiva o negativa.

Para la Fig.4.2, es $k = 0.5$ y la constante de tiempo resulta ser positiva,

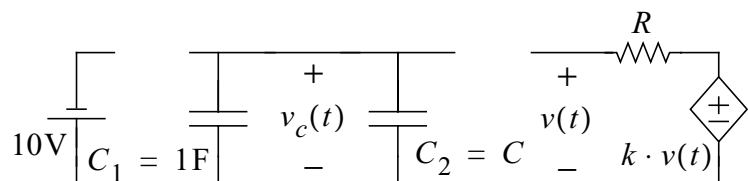
$$\tau = 2 \cdot R \cdot (C + 1)$$

Este hecho queda confirmado por la forma de onda mostrada en la figura, que converge hacia $v(\infty) = 0$.

Para la Fig.4.3, donde la forma de onda diverge desde $v(-\infty) = 0$, la constante de tiempo deberá ser negativa, y, por tanto, el valor de k mayor que la unidad.

 $-1s < t < 0$

El circuito equivalente en este intervalo es el mostrado a la derecha. No ocurre nada significativo en este intervalo. El condensador equivalente ya se ha formado y mantiene su carga y su tensión. Por tanto,



$$v_c(0_-) = v_c(-1|_+) \quad (8)$$

Por otra parte, por continuidad de la tensión de un condensador es,

$$v_c(0_-) = v_c(0_+) \equiv v(0_+) \quad (9)$$

t = -1s

El circuito equivalente es el mismo de arriba. La diferencia es que en el instante inmediatamente anterior los condensadores estaban desconectados. Por lo tanto en $t = -1s$, cuando se conectan entre sí, redistribuyen su carga de modo que la carga total se mantiene. Esta redistribución queda descrita por,

$$C_1 \cdot v_{c1}(-1|_-) + C_2 \cdot v_{c2}(-1|_-) = (C_1 + C_2) \cdot v_c(-1|_+) \quad (10)$$

donde $v_{c1}(-1|_-)$ y $v_{c2}(-1|_-)$ son las tensiones respectivas en los condensadores antes de que se cierre la llave S_2 .

-5s < t < -1s

En este intervalo el condensador C_1 mantiene su carga y su tensión, pues está aislado,

$$v_{c1}(-1|_-) = v_{c1}(-5|_+) \quad (11)$$

Por su parte, C_2 también está aislado, y se mantiene descargado: $v_{c2}(-1|_-) = 0$

t <= -5s

C_2 está aislado y se mantiene descargado, mientras que C_1 se carga a través de la fuente de tensión a un valor,

$$v_{c1}(-5|_-) = -10V \quad (12)$$

DESCRIPCIÓN GLOBAL DEL COMPORTAMIENTO

Antes de $t = -5s$ el condensador C_1 se carga a $-10V$. Entre $t = -5s$ y $t = -1s$ este condensador mantiene su carga. En $t = -1s$ la redistribuye con C_2 , que estaba descargado. Entre $t = -1s$ y $t = 0s$ el conjunto de los dos condensadores mantiene su carga. A partir de $t = 0$, este conjunto se descarga a través de una resistencia de valor $R/(1-k)$.

APARTADO A)

Combinando las ecuaciones (4) a (8), y observando en las Figs.4.1 y 4.3 que $v(0_+) = -2.5V$ se calcula el valor de C ,

$$C_1 \cdot (-10V) + C_2 \cdot (0V) = (C_1 + C_2) \cdot (-2.5V) \quad (13)$$

como $C_1 = 1F$, resulta

$$\boxed{C = 3F}$$

APARTADO B) - FIG.4.2

Usando las ecuaciones (1) y (3) con $v(0_+) = -2.5V$ y teniendo en cuenta que $v(t)$ es $-0.5V$ para $t = 2s$ se obtiene τ en el caso de la Fig.4.2,

$$-0.5V = -2.5V \cdot e^{-\frac{2}{\tau}} \Rightarrow \tau = 2 / \left(\ln\left(\frac{2.5}{0.5}\right) \right) \approx 1.24s \quad (14)$$

Usando la ecuación (3) y dado que $C = 3F$ y $k = 0.5$ resulta, para R ,

$$R = \frac{\tau \cdot (1 - k)}{(C + 1)} = 2 / \left(\ln \left(\frac{2.5}{0.5} \right) \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \Omega \approx 0.16 \Omega \quad (15)$$

APARTADO B) - FIG.4.3

Observando que el comportamiento es divergente, usando las mismas ecuaciones que arriba, y teniendo en cuenta que $v(t)$ es $-5V$ para $t = 2s$ se obtiene, para la Fig.4.3,

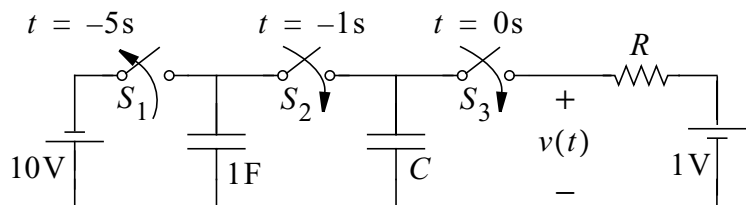
$$-5V = -2.5V \cdot e^{\frac{2}{\tau}} \Rightarrow \tau = 2 / \left(\ln \left(\frac{5}{2.5} \right) \right) \approx 2.89s \quad (16)$$

Usando la ecuación (3) con el valor de R anterior,

$$k - 1 = \frac{R \cdot (C + 1)}{\tau} \approx 0.22 \Rightarrow k \approx 1.22 \quad (17)$$

APARTADO C)

Para esto hay que añadir una excitación dc de 1V de modo que en el estado estacionario el condensador equivalente quede cargado a esta tensión. Hay varias posibilidades. La más sencilla se muestra a la derecha y consiste en sustituir la fuente controlada por una independiente.



EJERCICIO 5

En el circuito de la Fig. 5.1 los valores de la resistencia, la autoinducción y la fuente de intensidad son fijos, mientras que los de la capacidad y la fuente de tensión cambian. De hecho, dependiendo del valor que tomen estos parámetros, pueden darse los cinco casos que se muestran en la tabla de la derecha.

	E	C	
Caso 1	0V	$0.25 \times 10^{-5} \text{ F}$	Fig.5.3
Caso 2	0V	$0.25 \times 10^{-1} \text{ F}$	Fig.5.5
Caso 3	0V	$0.25 \times 10^{-3} \text{ F}$	Fig.5.6
Caso 4	1V	$0.25 \times 10^{-3} \text{ F}$	Fig.5.4
Caso 5	1V	$0.25 \times 10^{-1} \text{ F}$	Fig.5.2

- Describa los comportamientos que se producen en este circuito antes y después de $t = 0$ y qué papel juegan los parámetros (valores de elementos de circuito y de las fuentes independientes) en relación con dichos comportamientos.
- En las Fig. 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6 se muestran cinco formas de onda con distintas evoluciones temporales de la intensidad en la bobina. Relacione cada una de estas formas con uno de los casos de la tabla, justificando en cada caso su respuesta y calculando las correspondientes frecuencias naturales.
- En la Fig. 5.7 se muestra la forma de onda para la intensidad en la bobina para $C = 0$. Relacione la frecuencia natural de este caso con las que se obtienen en los de la tabla.

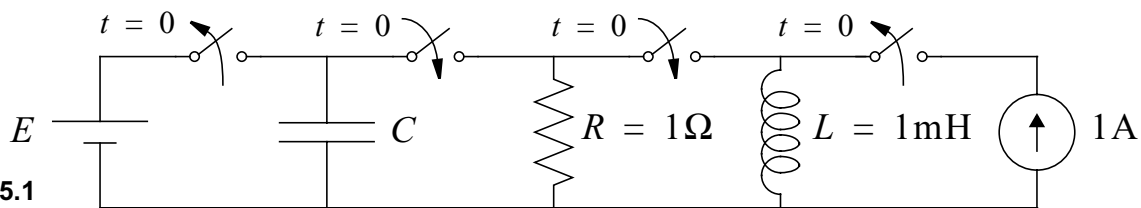


Fig. 5.1

OBJETIVOS

Con este ejercicio se persiguen dos objetivos:

- Evaluar si el alumno conoce los distintos comportamientos que surgen en la respuesta al estado de los circuitos de segundo orden; y los distintos parámetros que determinan dichos comportamientos.
- Evaluar si el alumno es capaz de aislar, y analizar separadamente, una secuencia de comportamientos exhibidos por un circuito; en particular si sabe discriminar entre la adquisición de condiciones iniciales en un circuito reactivo, por una parte, y la respuesta a dichas condiciones iniciales, por otra.

PROCEDIMIENTO

Debe observarse que el circuito puede estar en dos estados distintos que corresponden a los correspondientes estados de las llaves:

- Para $t < 0$ la bobina y el condensador están adquiriendo condiciones iniciales.
- Para $t > 0$, el circuito evoluciona en el tiempo, respondiendo a las anteriores condiciones iniciales.

 $t < 0$

El condensador se carga a una tensión,

$$v(0_-) = E \text{ V} \quad (18)$$

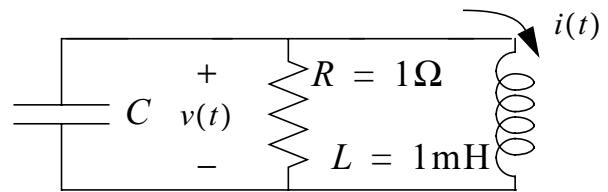
y la bobina se carga a una intensidad,

$$i(0_-) = 1 \text{ A} \quad (19)$$

t > 0

Tenemos el circuito de la derecha con las condiciones iniciales anteriores. Se trata del circuito resonador RLC paralelo que se ha estudiado en clases de teoría, con las condiciones iniciales,

$$v(0_+) = E \text{ V}, i(0_+) = 1 \text{ A} \quad (20)$$



Las formas de onda mostradas en las Figs. 5.2 a 5.7 corresponden a distintas **respuestas al estado** definido por estas condiciones iniciales. Hay distintos tipos de respuesta porque C y E no son fijos.

Para relacionar cada forma de onda con el correspondiente valor de C y E lo primero es conocer cómo estos parámetros influyen en la respuesta. Para ello tenemos que escribir la ecuación diferencial que rige el comportamiento dinámico. Usando KCL y la ecuación constitutiva de la bobina,

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (21)$$

$$i = -\frac{v}{R} - C \cdot \frac{dv}{dt}$$

Combinando ambas ecuaciones (derivando la de arriba y eliminando v y su derivada en la de abajo), obtenemos la ecuación para i .

$$i + \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + (L \cdot C) \cdot \frac{d^2i}{dt^2} = 0 \quad (22)$$

Con las siguientes condiciones iniciales,

$$i(0_+) = 1 \text{ A}, \quad \frac{di}{dt}(0_+) = \frac{E}{L} = E \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{H}} \quad (23)$$

A partir de la ecuación (18) podemos calcular expresiones para la **frecuencia de resonancia** y el **coeficiente de amortiguamiento**:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = \sqrt{\frac{10^3}{C}} \quad (24)$$

$$\zeta = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{C}}$$

APARTADO A)

La descripción del comportamiento ya está hecha arriba. Respecto a la influencia de los parámetros:

- C cambia la frecuencia de resonancia y el coeficiente de amortiguamiento. Este último aumenta al disminuir C . Sabemos que un valor crítico de ese coeficiente es $\zeta = 1$, al que corresponde,

$$C|_{\text{crítico}} = \frac{1}{4} \cdot 10^{-3} \text{ F} \quad (25)$$

Por tanto si C es mayor que este valor se obtendrá un comportamiento sub-amortiguado; y, si C es menor, el comportamiento será **sobre-amortiguado**.

- E cambia la pendiente de la intensidad en el origen de tiempo. Si $E = 0$, la pendiente será cero; si no, será distinta de cero.

APARTADO B)

La respuesta a este apartado es consecuencia inmediata de la del anterior.

- El Caso 1 da lugar a $\omega_o = 2 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\zeta = 10$. Se trata por tanto de un comportamiento sobre-amortiguado. Como, además, es $E = 0$, la pendiente de la intensidad en el origen es nula. Las formas candidatas son las de la Fig.5.3 y 5.6. Las frecuencias naturales son,

$$\left. \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix} \right\} = -\xi \cdot \omega_o \pm \sqrt{(\xi \cdot \omega_o)^2 - \omega_o^2} = -2 \cdot 10^5 \pm \sqrt{4 \cdot 10^{10} - 4 \cdot 10^8} \approx \begin{cases} -398997 \text{ s}^{-1} \\ -1002 \text{ s}^{-1} \end{cases} \quad (26)$$

Se observa que hay una frecuencia natural dominante, $s_2 \approx -1002 \text{ s}^{-1}$. Esto significa que la evolución temporal podrá ser aproximada considerando sólo dicha frecuencia dominante, de modo que:

$$i(t) \approx i(0_+) \cdot e^{-s_2 \cdot t} \approx i(0_+) \cdot e^{-1002 \cdot t} \quad (27)$$

Esta ecuación nos lleva a escoger la forma de la Fig.5.3, ya que en ella se cumple,

$$i(t)|_{t=0.002\text{s}} > 0.1 \quad (28)$$

que es consecuente con la expresión anterior. Esto no se verifica para la Fig.5.6.

- El Caso 2, da lugar a $\omega_o = 2 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$, $\zeta = 0.1$. Se trata por tanto de un comportamiento sub-amortiguado. Como, además, es $E = 0$, la pendiente de la intensidad en el origen es nula. La forma es pues la de la Fig.5.5. En este caso las frecuencias naturales son complejas conjugadas, y su valor exacto es irrelevante.
- El Caso 3 da lugar a $\omega_o = 2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, $\zeta = 1$. Se trata por tanto de un comportamiento críticamente-amortiguado. Como, además, es $E = 0$, la pendiente de la intensidad en el origen es nula. Las formas candidatas son las de la Fig.5.3 y 5.6. Las frecuencias naturales son,

$$\left. \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix} \right\} = -\xi \cdot \omega_o = -2 \cdot 10^3 \quad (29)$$

Como la Fig.5.3 la hemos asignado al Caso 1, concluimos que la Fig.5.6 corresponde a este Caso 3. Otra corroboración de esta elección la encontramos en la observación de que la evolución de la Fig.5.3 se parece más a una de primer orden (con una sólo exponencial), lo que es una consecuencia de la existencia de una frecuencia natural dominante.

- El Caso 4 es igual que el Caso 3, pero con un valor inicial no nulo para la derivada. Se corresponde pues con la Fig.5.4.
- El Caso 5 es igual que el Caso 2, pero con un valor inicial no nulo para la derivada. Se corresponde pues con la Fig.5.2.

APARTADO C)

Al anular el condensador se obtiene una evolución de primer orden dada por,

$$i(t) = i(0_+) \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = i(0_+) \cdot e^{-1000 \cdot t} \quad (30)$$

Comparando esta ecuación con la (23) sólo difieren en un 2 por mil en el coeficiente del tiempo. Esto explica la similitud entre las formas de onda de la Fig.5.7 y la Fig. 5.3. Físicamente, a medida que disminuye el valor del condensador, el comportamiento sobre-amortiguado está cada vez más dominado por la frecuencia natural de baja frecuencia (s_2), que en el límite tiende a la frecuencia natural que se obtendría en el circuito de primer orden (sin condensador).

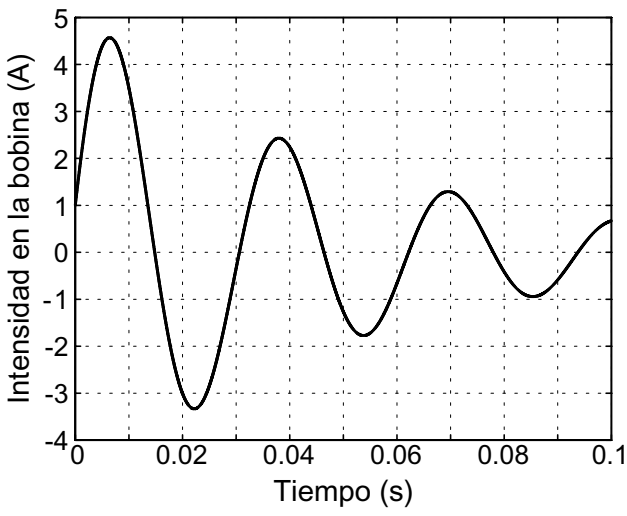


Fig. 5.2

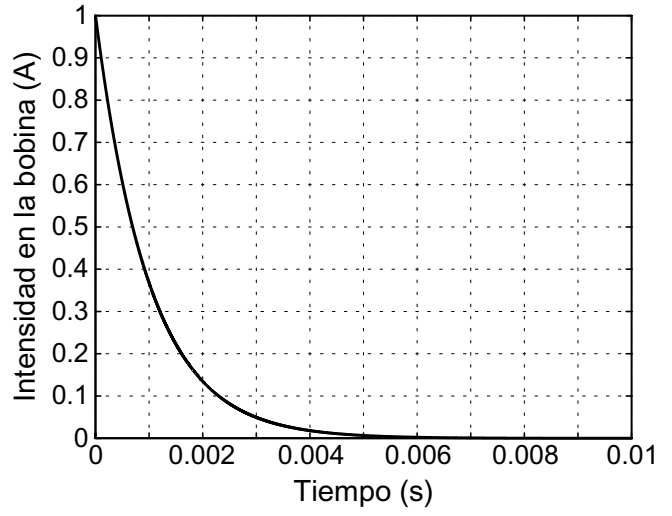


Fig. 5.3

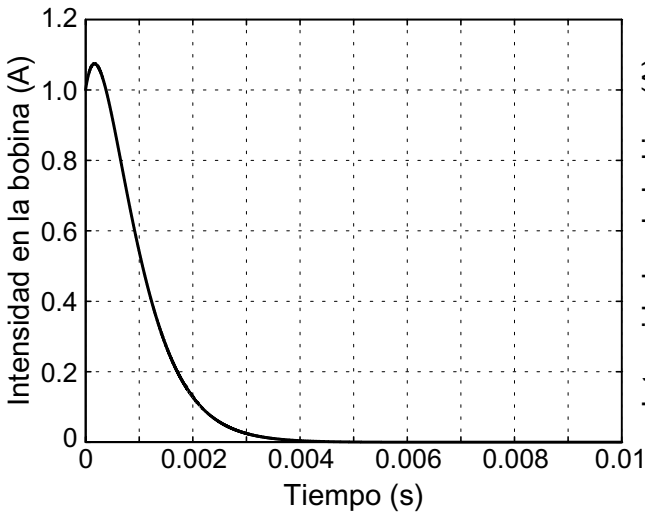


Fig. 5.4

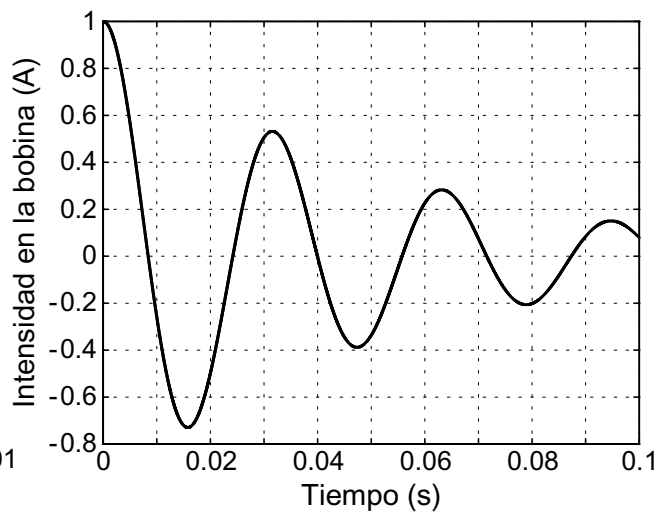


Fig. 5.5

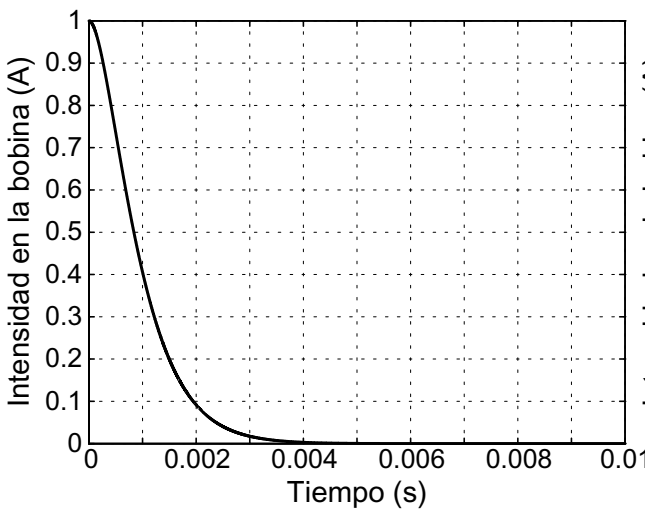


Fig. 5.6

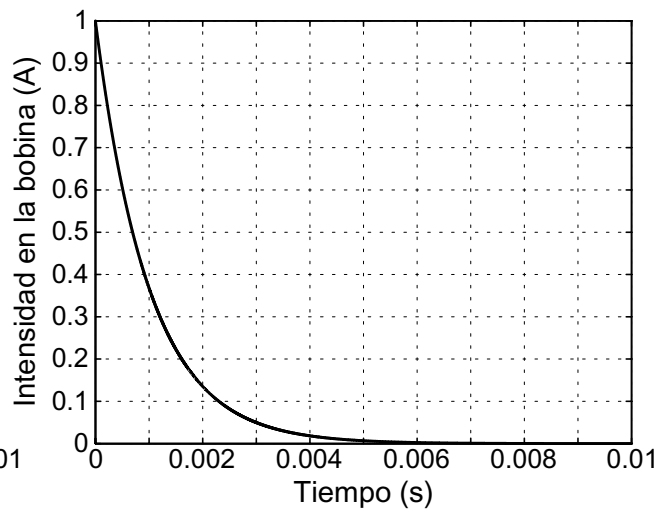


Fig. 5.7