Examen de Diciembre. Electrónica Básica 10 - Diciembre - 2003

RESUELTO

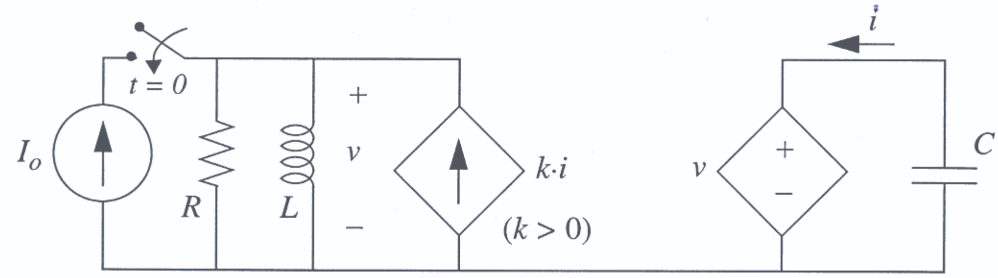
P1	P2	P3	NOTA
RRF	ARV	AAJ	

Nombre y Apellidos: ____ Grupo: __

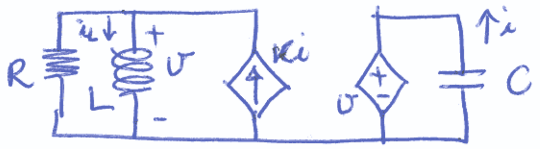
Por favor, no emplee más espacio que el indicado para cada apartado.

Cada problema vale 3.33 puntos.

P1.- Considere que en el circuito de la figura la llave lleva abierta el tiempo suficiente como para que se haya alcanzado un estado estacionario.



1.a) Determine la intensidad y la caída de tensión en el condensador y en la bobina un instante antes de cerrar la llave ($t = 0^-$). Razone la respuesta.



$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{v}{R} + i_L = Ki \\ v = L\dfrac{di_L}{dt}\ ;\ i = -C\dfrac{dv}{dt}\end{array}\right\}\ \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = -KLC\frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

$K>0, \quad t<0$

$$KLC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = 0$$

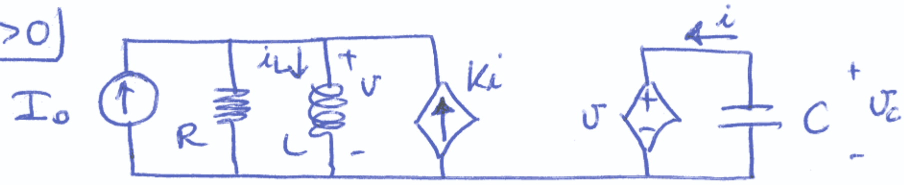
$$s_{1,2} = \frac{1}{2KLC}\left[-\frac{L}{R} \pm \sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 - 4KLC}\right] \Longrightarrow$$ Si $K>0$, $s_{1,2}$ están en el semiplano izqdo. ⟹ Sistema estable ⟹ Efectivamente se llega al estacionario

En $t=0^-$, si se ha alcanzado el estacionario:

$$\approx \boxed{\begin{array}{l|l} v_L(0^-)=0 & i_C(0^-)=0 \\ i_L(0^-)=0 & v_C(0^-)=0 \end{array}}$$

1.b) Suponiendo que en $t = 0$ se cierra la llave, determine la ecuación diferencial que rige el comportamiento de~~l sistema para $t>0$~~ la intensidad en la bobina para $t>0$.

$t>0$



con $K>0$; $i_L(0^-)=0$; $v_C(0^-)=0$

$$\left.\begin{array}{l} I_0 + Ki = \dfrac{v}{R} + i_L \\ v = L\dfrac{di_L}{dt} \\ i = -C\dfrac{dv}{dt}\end{array}\right\}\quad I_0 - KLC\frac{d^2 i_L}{dt^2} = \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L$$

$$\boxed{KLC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = I_0}$$

con $i_L(0^-)=0$

$\dot{i}_L(0^-)=0$

1.c) Determine el tipo de respuesta para $t > 0$ en función de ~~los~~ k.
¿Qué diferencias habría en el comportamiento si k pudiera tomar valores negativos?

Partiendo de la ec. diferencial anterior:

$$kLCs^2 + \frac{L}{R}s + 1 = 0 \Longrightarrow s_{1,2} = \frac{1}{2kLC}\left[-\frac{L}{R} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 - 4kLC}}\right]$$

Si $k>0 \longrightarrow \underbrace{\frac{1}{2kLC}}_{>0}$

$$\left(\frac{L}{R}\right)^2 = 4kLC \longrightarrow k = \frac{L}{4R^2C}$$

- Si $0 < k < \frac{L}{4R^2C} \Longrightarrow$ $s_{1,2}$ reales distintas y en semiplano izqdo $\longrightarrow$ Respuesta sobreamortiguada
- Si $k = \frac{L}{4R^2C} \Longrightarrow$ $s_{1,2}$ reales e iguales y en semiplano izqdo $\Longrightarrow$ Respuesta críticamente amortiguada
  $\left(s_{1,2} = -\frac{\cancel{L}}{2k\cancel{L}RC} = -\frac{1}{2RC}\frac{4R^2C}{L} = -\frac{2R}{L}\right)$
- Si $k > \frac{L}{4R^2C} \longrightarrow$ $s_{1,2}$ complejas conjugadas y con parte real negativa (semiplano izqdo) $\Longrightarrow$ Respuesta subamortig.

(En $k=\infty$ tendríamos el caso sin pérdidas)

En cualquiera de los casos anteriores tendríamos que las exponenciales convergerían a 0 para $t\to\infty$ y $i_L(\infty) = I_0$. Se anularía la componente natural de $i_L(t)$ y sólo quedaría componente forzada.

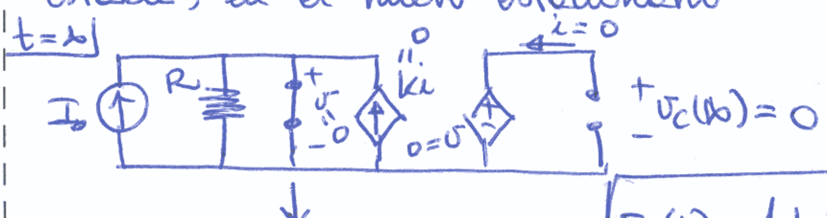
- Si $k<0 \longrightarrow s_{1,2} = \underbrace{\frac{1}{2kLC}}_{<0}\left[-\frac{L}{R} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 - 4kLC}}_{>0}\right] \Longrightarrow$ Una de las raíces está en el semiplano derecho y el sistema sería INESTABLE

[Nótese que si $k=0$, la dinámica sería de 1er orden para $i_L(t)$

$\left(\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = I_0\right)$]

1.d) Determine la energía almacenada en la bobina y en el condensador cuando se haya llegado al nuevo estado estacionario (asumiendo $k > 0$).

Dado que si $k>0$, independientemente del tipo de respuesta, ésta es estable, en el nuevo estacionario

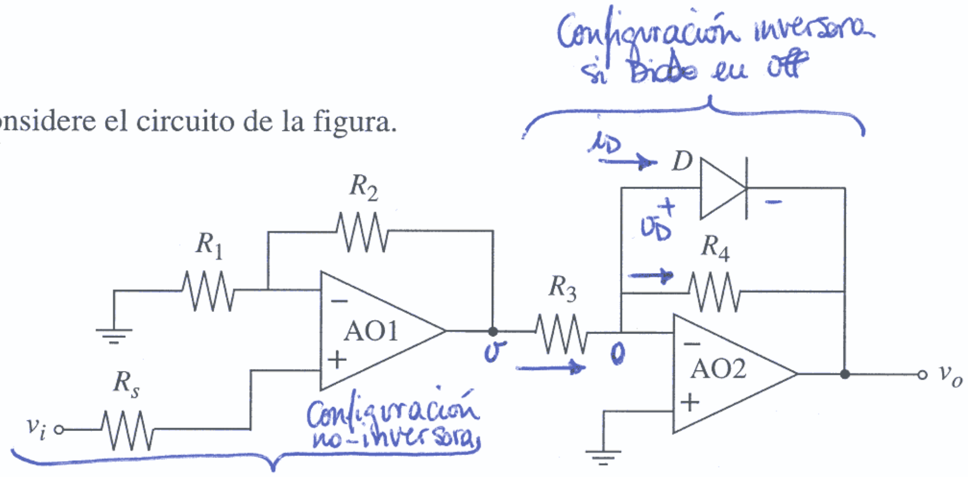


$i_L(\infty) = I_0$

$$\boxed{E_L(\infty) = \frac{1}{2}LI_0^2}$$

$$\boxed{E_C(\infty) = \frac{1}{2}C\cancel{v_C^2(\infty)}_{0} = \boxed{0}}$$

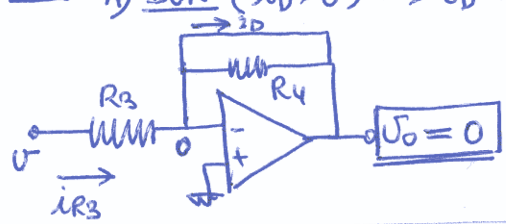
P2.- Considere el circuito de la figura.



2.a) Suponiendo modelos ideales para el diodo y para los amplificadores operacionales, determine y dibuje la relación entrada/salida ($v_o - v_i$).

AO1: $v = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) v_i$

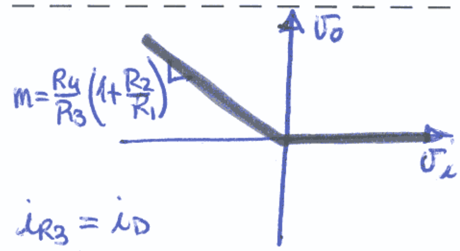
AO2: A) DON ($i_D > 0$) $\Longrightarrow v_D = 0$



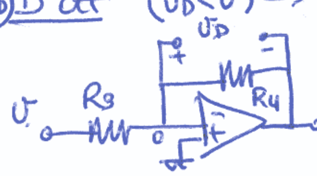
$\boxed{v_o = 0}$

$i_{R4} = 0 \Rightarrow i_{R3} = i_D$

$i_D > 0 \Rightarrow i_{R3} = \frac{v-0}{R_3} > 0 \Rightarrow v > 0 \Downarrow \boxed{v_i > 0}$



B) D off ($v_D < 0$) $\Rightarrow i_D = 0$



config. inversora

$\boxed{v_o = -\frac{R_4}{R_3} v = -\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) v_i}$

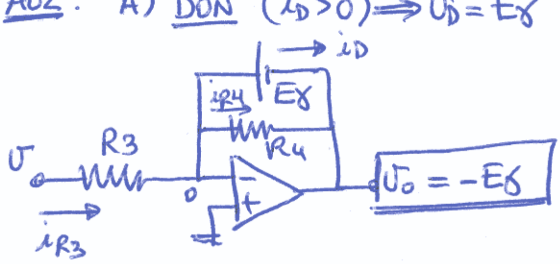
$v_D = 0 - v_o < 0$

$v_o > 0 \Longrightarrow \boxed{v_i < 0}$

2.b) Suponiendo un modelo ideal para los amplificadores operacionales y un modelo con tensión de encendido (corte) $E_\gamma = 1\text{V}$ para el diodo, determine y dibuje la relación entrada/salida ($v_o - v_i$).

AO1: $v = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) v_i$

AO2: A) DON ($i_D > 0$) $\Longrightarrow v_D = E_\gamma$

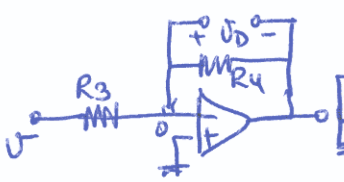


$\boxed{v_o = -E_\gamma}$

$i_{R3} = i_D + i_{R4} \to i_D = \frac{v}{R_3} - \frac{E_\gamma}{R_4} > 0$

$\Rightarrow v > \frac{R_3}{R_4} E_\gamma \to \boxed{v_i > \frac{E_\gamma}{\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}} \to m$

B) Doff ($v_D < E_\gamma$) $\Rightarrow i_D = 0$

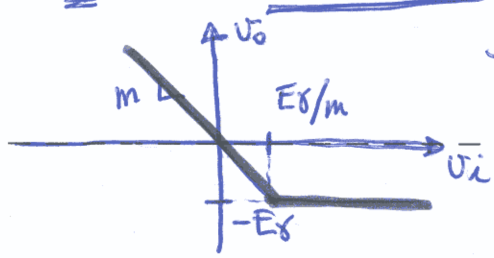


$\boxed{v_o = -\frac{R_4}{R_3} v = -\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) v_i}$

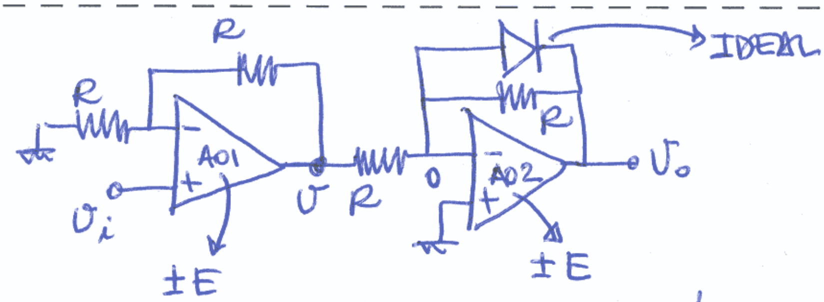
$v_D < E_\gamma$

$v_D = 0 - v_o = \frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) v_i < E_\gamma$

$\boxed{v_i < \frac{E_\gamma}{\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}}$



2.c) Suponiendo un modelo ideal para el diodo y pudiendo los amplificadores operacionales saturarse en tensión ($\pm E$), determine y dibuje la relación entrada/salida ($v_o - v_i$). Suponga para este caso que $R_s = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.



$v = 2v_i$, si $|v_i| \leq \frac{E}{2}$

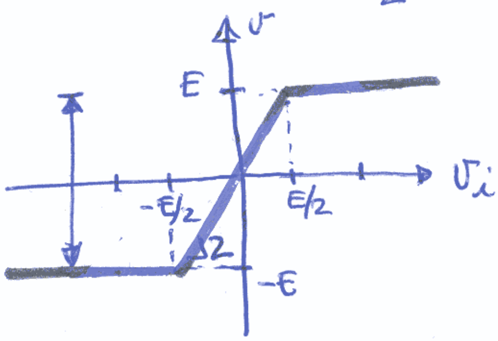
$v = E$ si $v_i > \frac{E}{2}$

$v = -E$ si $v_i < \frac{E}{2}$

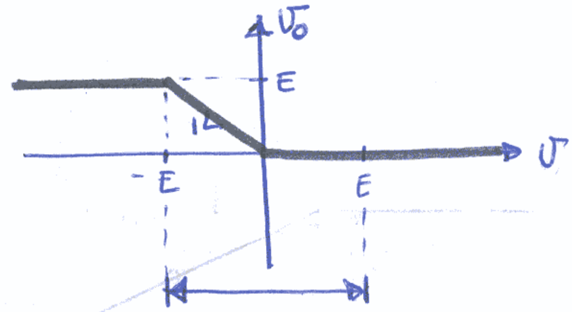
$v_o = -v$, si D OFF $v<0$ } en zona

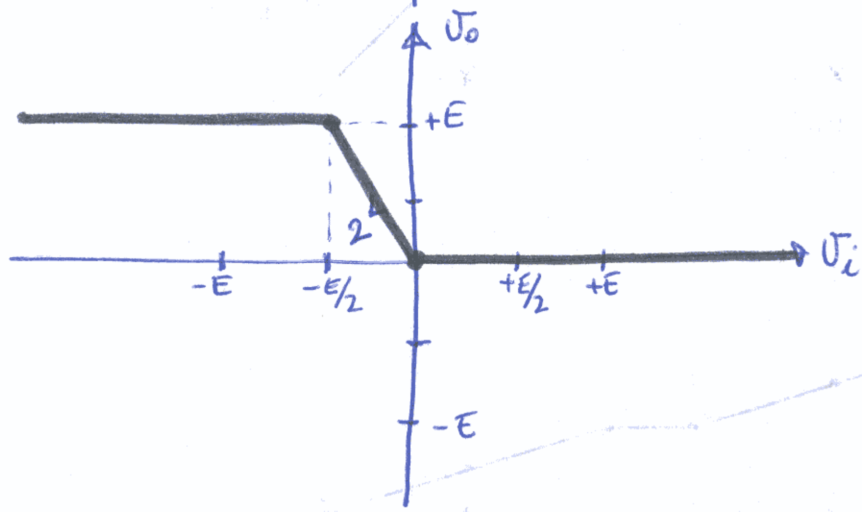
$v_o = 0$, si D ON $v>0$ } lineal

$v_o = \pm E$ si estuviera en saturación

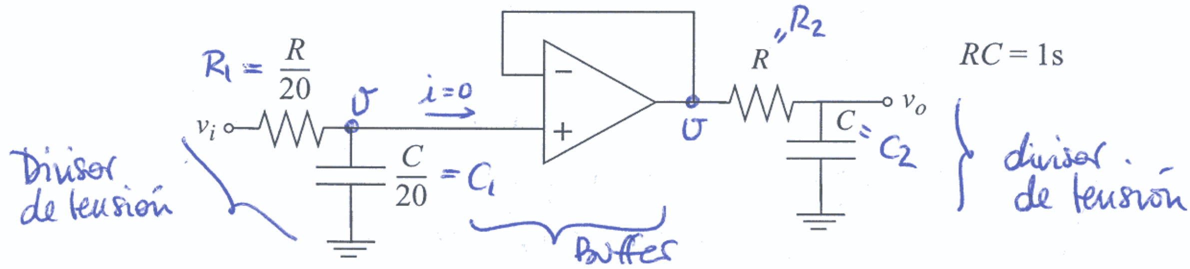


Como v también está comprendida entre $\pm E$, AO2 nunca entra en sus saturaciones:





P3.- Suponga que en el circuito de la figura un modelo ideal para el amplificador operacional.



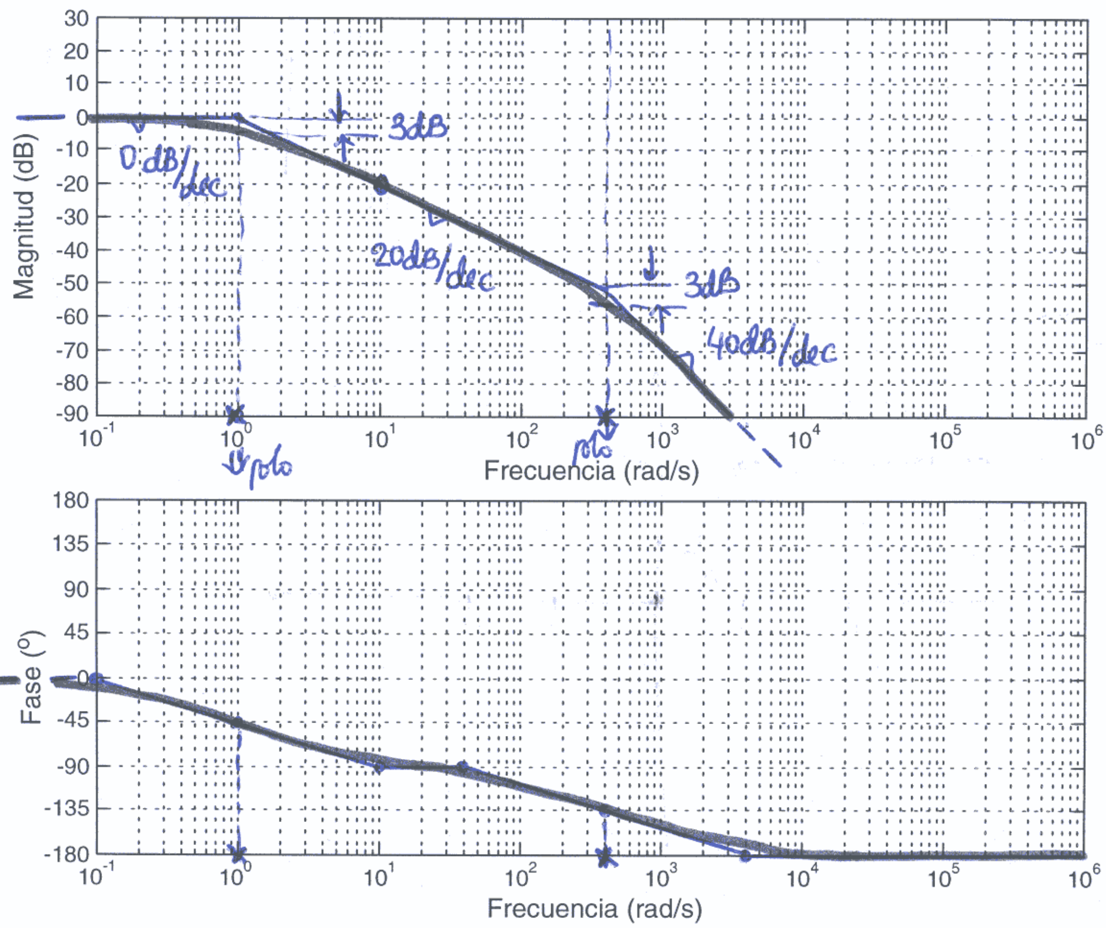
3.a) Determine la función de transferencia $H(s) = v_o/v_i$ y dibuje su diagrama de Bode.

$$\boxed{H(s) = \frac{v_o}{v_i}} = \frac{\frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \cdot \frac{\frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = \boxed{\underbrace{\frac{1}{1+sR_1C_1} \cdot \frac{1}{1+sR_2C_2}}}$$

- Dos polos reales en semiplano izqdo
- Ganancia 1 ⇒ K = 0dB

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_1C_1} = \frac{400}{RC} = 400 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} = \frac{1}{RC} = 1 \text{rad/s}$$



3.b) Determine y dibuje la salida $v_o(t)$, suponiendo si la entrada es $v_i(t) = 5\cos(10t)$.

A partir del diagrama de Bode:

$$|H(j\omega)|_{dB}\Big|_{\omega=10rad/s} = -20dB \longrightarrow |H(j\omega)|_{\omega=10rad/s} = 0.1$$

$$\phi_{H(j\omega)}\Big|_{\omega=10rad/s} \cong -90^\circ$$

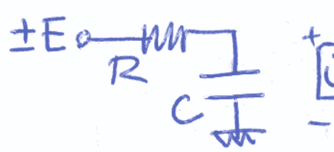
$$v_i(t) = A\cos(\omega_0 t) \xrightarrow[\text{Sistema lineal invariante en el tiempo y estable}]{} v_o(t) = A|H(j\omega)|_{\omega=\omega_0}\cos(\omega_0 t + \phi_{H(j\omega)}|_{\omega=\omega_0})$$

$$\boxed{v_o(t) \cong 0.5\cos(10t - \pi/2)}$$

3.c) Discuta brevemente cómo influyen los siguientes efectos en el comportamiento del sistema:
i) la saturación en tensión del amplificador operacional.
ii) la realimentación positiva en vez de negativa en el *buffer*.
iii) la presencia de un polo de la función de transferencia del *buffer* en ω_{pb}.
iv) la ausencia del *buffer*.

i) Al considerar la saturación en tensión del amplificador operacional, el circuito ya no es lineal, sino lineal a tramos. El procedimiento anterior asume un sistema lineal, por lo que podremos utilizar el diagrama de Bode para obtener la salida en función de la entrada sólo si $|v_i(t)| \leq E, \forall t$ (siendo $\pm E$ las tensiones de saturación), dado que la ganancia a bajas frecuencias es 1.

ii) Si usara realimentación positiva, su salida divergería a $\pm\infty$ ($\pm E$ considerando las saturaciones en tensión), independientemente de la entrada aplicada. En ese caso tendríamos:



$\boxed{v_o = \pm E}$ como estado estacionario (C → abierto, ya que la entrada es de DC)

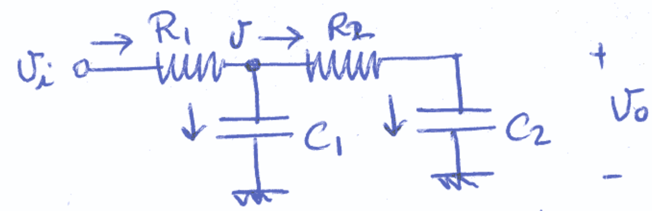
iii) Si el buffer tiene un polo en su función de transferencia:

$$H(s)=\frac{V_o}{V_i}=\underbrace{\frac{1}{1+sR_2C_2}}_{\substack{\text{de la salida}\\ \text{de buffer a}\\ V_o}}\cdot\underbrace{\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_{pb}}}}_{\substack{\text{de la}\\ \text{entrada}\\ \text{a la salida}\\ \text{del buffer}}}\cdot\underbrace{\frac{1}{1+sR_1C_1}}_{\substack{\text{de } V_i \text{ a}\\ \text{la entrada}\\ \text{del buffer}}}$$

Aparecerá un nuevo polo real en el semiplano izqdo en los diagramas de Bode de amplitud y fase.

Para que no se altere sustancialmente el comportamiento con respecto al caso inicial (apartado 3a) debería cumplir $\omega_{pb} \gg 400$ rad/s y el diagrama de Bode sólo se modificaría a altas frecuencias.

iv) Si no hubiera buffer, tendríamos:



La función de transferencia $H(s)=V_o/V_i$ ya no se podría obtener como producto de 2 divisores de tensiones independientes y cascada, ya que $i_{R_1} \neq i_{C_1}$.

En este caso:

$$V_o(s)=\frac{Z_{C_2}(s)}{Z_{R_2}+Z_{C_2}(s)}\cdot V(s)=\frac{\frac{1}{sC_2}}{R_2+\frac{1}{sC_2}}V(s)=\frac{1}{1+sR_2C_2}V(s)$$

$$V(s)=\frac{[Z_{R_2}+Z_{C_2}(s)]//Z_{C_1}(s)}{Z_{R_1}+\underbrace{[Z_{R_2}+Z_{C_2}(s)]//Z_{C_1}(s)}}\cdot V_i(s)=\frac{\frac{1+sR_2C_2}{s^2R_2C_1C_2+s(C_1+C_2)}}{R_1+\frac{1+sR_2C_2}{s^2R_2C_1C_2+s(C_1+C_2)}}\cdot V_i(s)=$$

$$\frac{\left(R_2+\frac{1}{sC_2}\right)\frac{1}{sC_1}}{R_2+\frac{1}{sC_2}+\frac{1}{sC_1}}=\frac{1+sR_2C_2}{s^2R_2C_1C_2+s(C_1+C_2)}$$

$$=\frac{1+sR_2C_2}{s^2R_1R_2C_1C_2+s[R_1(C_1+C_2)+R_2C_2]+1}\cdot V_i(s)\Longrightarrow\boxed{\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{1}{s^2R_1R_2C_1C_2+s[R_1(C_1+C_2)+R_2C_2]+1}}$$

(De hecho saldrían en 0.95 y 420.05 rad/s) ← Término extra que varía la posición de los