Primer Examen Parcial de Electrónica Básica. 2-II-2007. Curso 2006-2007

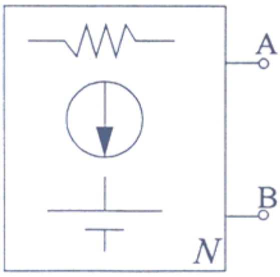
(1.25)	(1.25)	(1.25)	(1.25)	(2.5)	(2.5)	
RRF	AJZ	RRF	AJZ	RRF	AJZ	

Nombre y Apellidos____________________________________Grupo_____

Cada alumno deberá responder los 6 problemas que componen el examen.
Los problemas 1 a 4 valen 1.25 puntos cada uno.
Los problemas 5 y 6 valen 2.5 puntos cada uno.
Por favor intenten no emplear más espacio que el indicado para cada apartado.

RESUELTO

1.- Considere el circuito de la figura, constituido por una red resistiva lineal *N* que puede contener fuentes independientes de tensión y de intensidad. Idee un conjunto de experimentos que permitan determinar el comportamiento equivalente de la red, visto desde los terminales A y B.



Toda red resistiva lineal (constituida por resistores, fuentes independientes y fuentes controladas) puede reducirse de manera equivalente a un máximo de dos elementos:

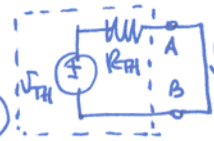
- Tipo Thévenin:
- Tipo Norton:

La determinación de esos 2 elementos requiere la realización de sólo 2 experimentos $\Rightarrow$ TEOREMA DE NORTON

P.ej.: 1°

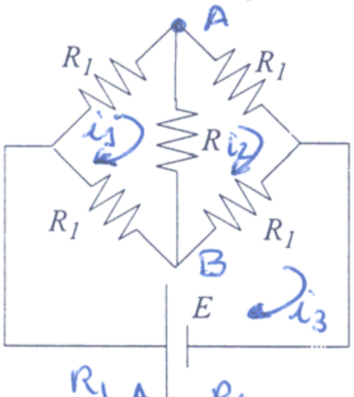
Se mide v_{AB} en circuito abierto $\Rightarrow v_{AB} = v_{TH}$

2°



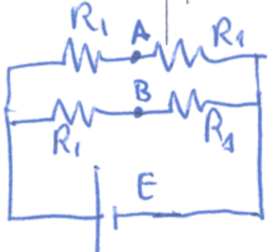
Se mide i en cortocircuito $i = \frac{v_{TH}}{R_{TH}} \Rightarrow R_{TH} = \frac{v_{TH}}{i}$ ← conocido de 1°

2.- Para el circuito de la figura, obtenga el valor de la potencia suministrada a la resistencia R, así como P_F → la potencia suministrada por la fuente. P_R



Opción A: Por simetría, los puntos A y B tienen que estar al mismo potencial, por lo que la intensidad que pasa por R es 0 → $\boxed{P_R = 0}$

El circuito se simplifica a:



equivalente a: $\frac{E}{R_1}$

$\Rightarrow \boxed{P_F = \frac{E^2}{R_1}}$

(También encontrando el eq. Thevenin desde los puntos A y B)

Opción B Plantear análisis de mallas:

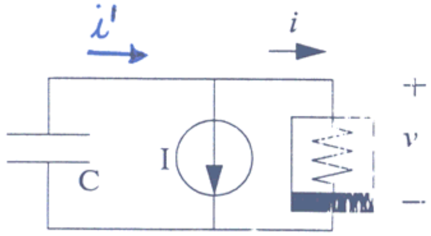
$$\left.\begin{array}{ll} ① & i_1 R_1 + (i_1 - i_2)R + (i_1 - i_3)R_1 = 0 \\ ② & i_2 R_1 + (i_2 - i_3)R_1 + (i_2 - i_1)R = 0 \\ ③ & (i_3 - i_1)R_1 + (i_3 - i_2)R_1 = E \end{array}\right\}$$

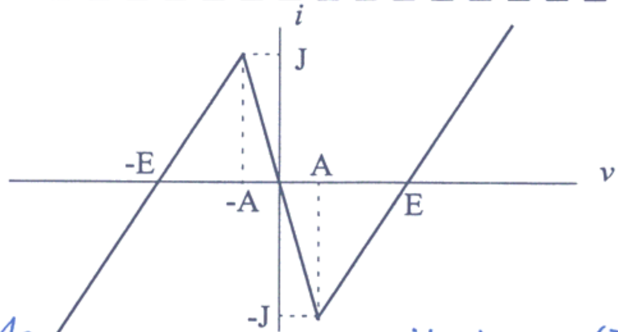
sin necesidad de resolverlas, ① - ② $\Rightarrow i_1 - i_2 = 0 \Rightarrow \boxed{P_R = 0}$

Completando la resolución $\Rightarrow i_3 = E/R_1 \Rightarrow \boxed{P_F = E^2/R_1}$

Opción C · Aplicación inmediata del problema 8 (puente de Wheatstone)

3.- Se conectan en paralelo un condensador de capacidad C, una fuente independiente de intensidad de valor **I > 0** y un resistor no lineal cuya característica *i-v* se muestra en la figura. Determine el rango de valores de I para que el circuito se comporte como monoestable. Dibuje **cualitativamente** las formas de onda para *i* y *v* en el caso en que el condensador tenga inicialmente una tensión *v*>E.





$i' = i + I$

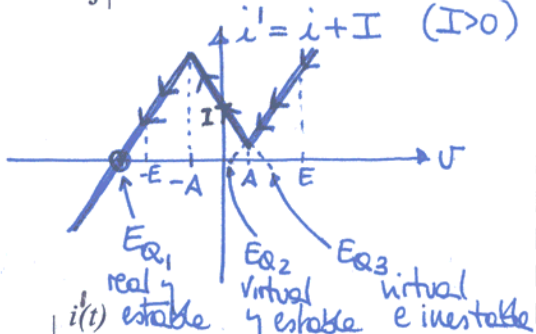
Para que el circuito sea monoestable:

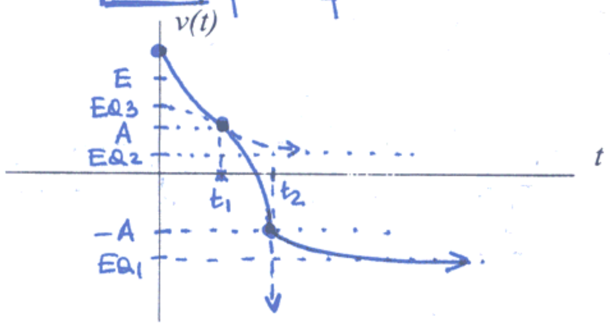
1.→ Punto de equilibrio único real y estable

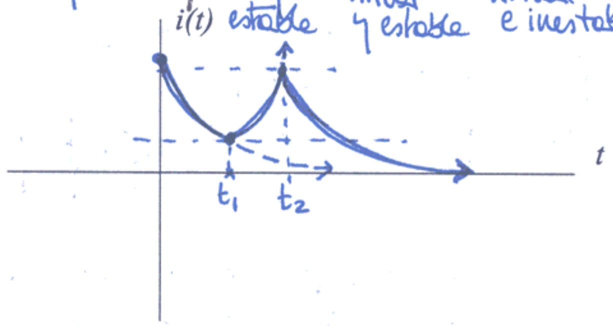
2.→ Punto de equilibrio en $i' \equiv 0$

3.→ $I > 0 \Rightarrow i'$ será una versión de i desplazada I hacia arriba

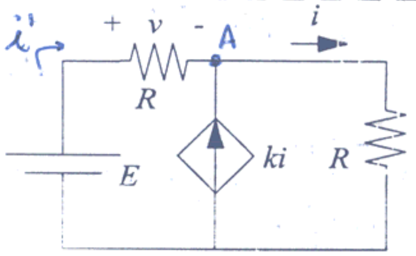
4.→ $\boxed{I > J}$ para que sólo exista un pto de eq.





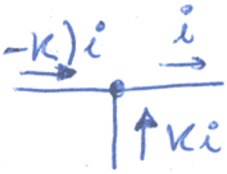


4.- Para el circuito de la figura, determine *i* y *v*.



Aplicando KCL en el nudo "A":

$i' = (1-K)i$



Aplicando KVL al lazo exterior:

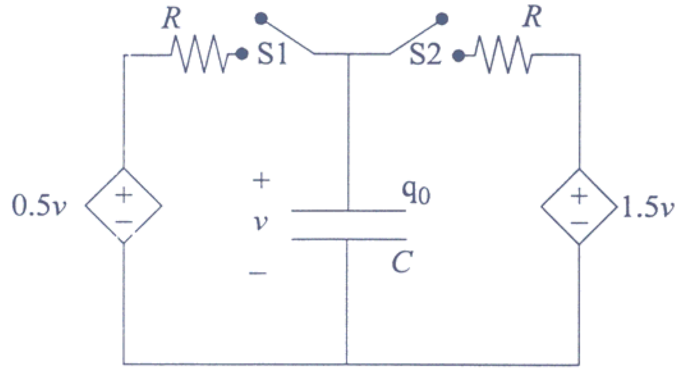
$-E + i'R + iR = 0 \Rightarrow -E + (1-K)iR + iR = 0 \Rightarrow$

$i' = (1-K)i$

$\Rightarrow \boxed{i = \dfrac{E}{(2-K)R}} \rightarrow i' = \dfrac{(1-K)E}{(2-K)R}$

Como $v = i' \cdot R \Rightarrow \boxed{v = \dfrac{1-K}{2-K}E}$

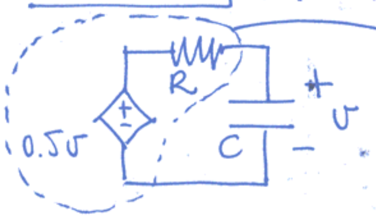
5.- Considere el circuito de la figura, en el que el condensador está cargado con una carga q_0.



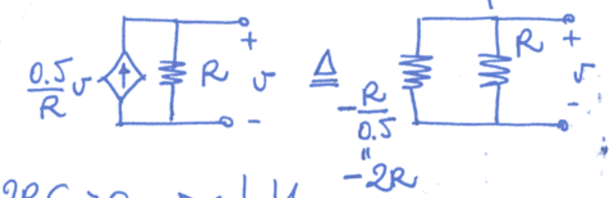
5.a) Suponga las dos llaves originariamente abiertas (S1,S2 OFF) y el condensador con una carga $q_0>0$. En el instante t=0 la llave S1 se cierra (ON), volviéndose a abrir (OFF) en t=4RC, instante en el que se cierra la llave S2 (ON). Cada t=4RC conmutan alternativamente las llaves, tal y como muestra el esquema temporal en la parte inferior. Determine analíticamente la tensión *v(t)* y dibújela aproximadamente.

$\underline{t<0}$ Situación representada arriba → condensador desconectado y cargado con $q_0>0$

$\underline{0<t<4RC}$ S_1 ON, S_2 off



→ cálculo de la resistencia equivalente.



$\boxed{R_{eq_1} = \frac{-2R\cdot R}{R-2R} = 2R}$

$\tau_1 = R_{eq_1}\cdot C = 2RC > 0 \rightarrow$ estable

$v(t) = v(0)\cdot e^{-t/\tau_1} = \frac{q_0}{C}\cdot e^{-t/\tau_1} \Longrightarrow$ el condensador se descarga a través de la red resistiva.

$v(4RC) = \frac{q_0}{C}\cdot e^{-2}$ (sólo transcurren $2\tau_1$)

$\underline{4RC<t<8RC}$ S_1 off, S_2 ON

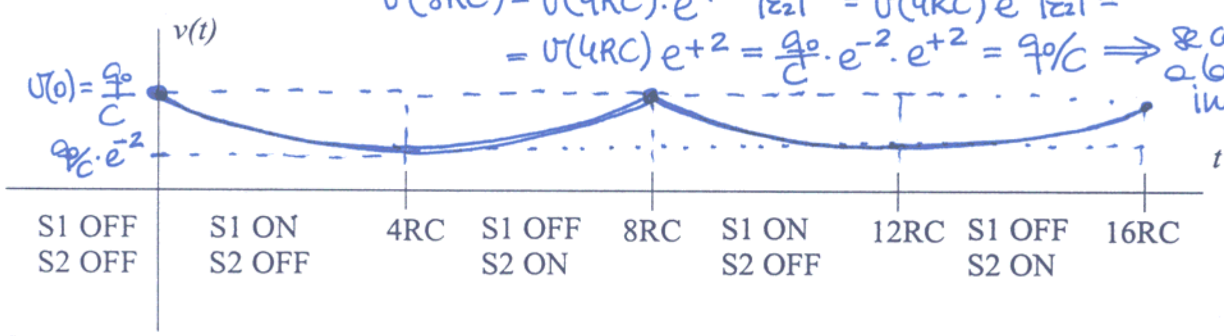
→ resistencia equivalente. De manera análoga... $\boxed{R_{eq_2} = \frac{-\frac{R}{1.5}\cdot R}{R-\frac{R}{1.5}} = -2R}$

$\tau_2 = R_{eq_2}\cdot C = -2RC < 0 \rightarrow$ inestable e igual en valor absoluto a τ_1

$v(t) = v(4RC)\cdot e^{+\frac{t-4RC}{|\tau_2|}} \rightarrow$ el condensador se carga.

$v(8RC) = v(4RC)\cdot e^{+\frac{8RC-4RC}{|\tau_2|}} = v(4RC)\, e^{\frac{4RC}{|\tau_2|}} =$

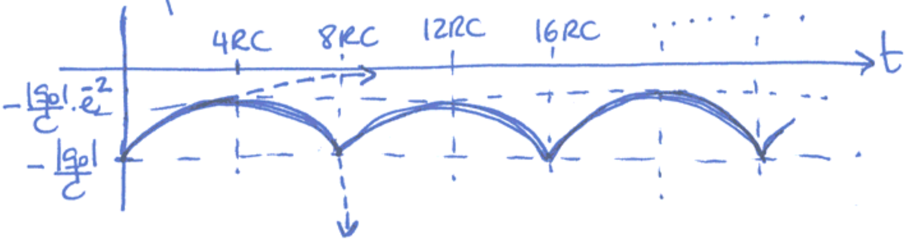
$= v(4RC)\, e^{+2} = \frac{q_0}{C}\cdot e^{-2}\cdot e^{+2} = q_0/C \Longrightarrow$ se carga a la tensión inicial (*)



(*) Las constantes de tiempo son iguales en valor absoluto y el intervalo de tiempos para S_1 ON y S_2 ON (4RC) es el mismo en ambos casos.

5.b) Bajo el mismo régimen de conmutación de las llaves, analice cómo se modificaría la respuesta si $q_0<0$. Utilizando este resultado, ¿qué única condición inicial (q_0) daría lugar a una respuesta completamente plana?.

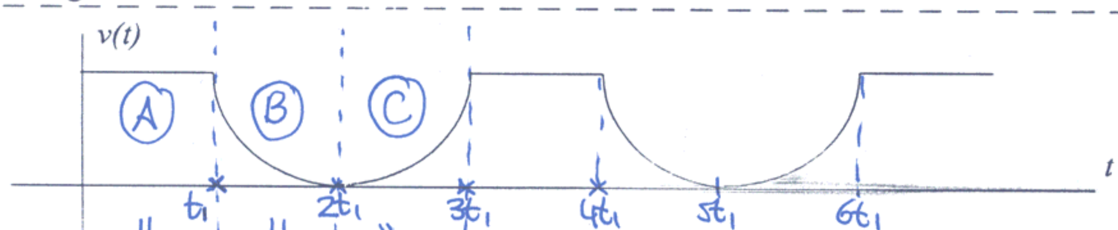
$q_0<0$ | Si la duración de ambas configuraciones sigue siendo $2|\tau| = 4RC$, la única diferencia con respecto al caso $q_0>0$ será que $v(t)$ parte de un valor de tensión <0.



q_0? / $v(t)=cte\ \forall t$

Para que no exista transitorio en $v(t)$ —es decir $v(t)=$ constante— la única posibilidad es que el condensador esté inicialmente descargado $\Longrightarrow$ $\boxed{q_0=0}$

5.c) Discuta la temporización de las llaves para obtener una forma de onda para *v(t)* como la mostrada en la figura.



A: $v(t)=cte$ $\Longrightarrow$ Condensador aislado $\Longrightarrow$ S_1 off, S_2 off

B: $v(t)$ decrece exponencialmente (converge a 0) $\Longrightarrow$ $\tau>0$ $\Longrightarrow$ S_1 ON, S_2 off

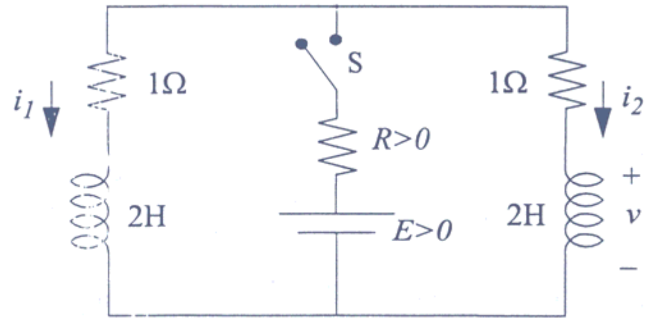
C: $v(t)$ crece exponencialmente (diverge) $\Longrightarrow$ $\tau<0$ $\Longrightarrow$ S_1 off, S_2 ON

B La descarga del condensador debe ser casi completa por cómo está dibujada $v(t)$. La situación debe durar un tiempo $\geq 4\tau$, aunque debemos saber que para $v\equiv 0$ (descarga completa) se necesitaría un tiempo infinito. $v(t_1)$ es pequeña, pero $\neq 0$ ($y>0$)

C $v(t)=v(t_1)e^{+\frac{t-t_1}{|\tau|}} \Longrightarrow$ diverge dado que $v(t_1)\neq 0$.

$\Longrightarrow t_1 > 4\tau \Longrightarrow \boxed{t_1 > 8RC}$

6.- Considere el circuito de la figura, en el que la llave S se cierra (ON) en t=0.



6.a) Determine razonadamente $v(t)$, $i_1(t)$ e $i_2(t)$, justo antes y después de cerrar la llave S.

$t=0^-$. Como no hay fuentes independientes, el circuito es estable al no haber posibilidad de resistencias negativas y suponiendo que se ha alcanzado el estacionario: $\left\{\begin{array}{l} i_1=cte \\ i_2=cte \end{array}\right\} \rightarrow$ las L se comportan como cortocircuitos: $v = L\frac{di_2}{dt} = 0$ (idem para L_1)

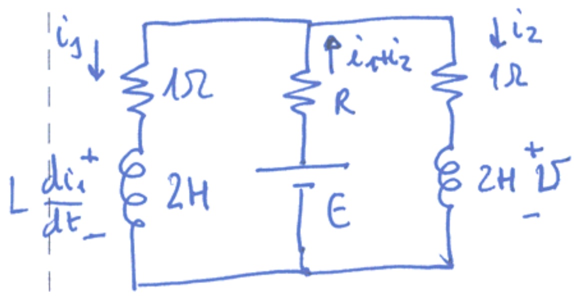
Circuito equivalente:

$\rightarrow i_1=0;\ i_2=0 \rightarrow \boxed{v(0^-)=0 \quad i_1(0^-)=0;\ i_2(0^-)=0}$

$t=0^+$: las i en las L no pueden dar saltos $\Rightarrow \boxed{i_1(0^+)=0;\ i_2(0^+)=0} \Rightarrow$ se comportan como abiertos

$\rightarrow$ KVL en los lazos $\Rightarrow \boxed{v(0^+)=E}$

6.b) Determine la ecuación diferencial para $i_2(t)$ y los tipos de respuesta natural, en función de R, para t>0. ¿Hay algún valor de R que haga al circuito inestable?.



KVL: $i_1\cdot 1\Omega + 2H\frac{di_1}{dt} - E + (i_1+i_2)R = 0$ (1)

$i_2\cdot 1\Omega + 2H\frac{di_2}{dt} - E + (i_1+i_2)R = 0$ (2)

Despejando i_1 en (2): $i_1 = \frac{E}{R} - \frac{2}{R}\frac{di_2}{dt} - \frac{1+R}{R}i_2$

$\frac{d}{dt} \downarrow \quad \frac{di_1}{dt} = -\frac{2}{R}\frac{d^2i_2}{dt^2} - \frac{1+R}{R}\frac{di_2}{dt}$

Sustituyendo en (1) y agrupando términos:

$$\boxed{\frac{d^2i_2}{dt^2} + (1+R)\frac{di_2}{dt} + \frac{1+2R}{4}i_2 = \frac{E}{4}}$$

Pol. caract: $s^2+(1+R)s+\frac{1+2R}{4}=0 \Rightarrow s = \frac{-(1+R)\pm\sqrt{(1+R)^2-(1+2R)}}{2}$ $\begin{array}{l} \nearrow -\frac{1}{2} \\ \searrow -\frac{1}{2}-R \end{array}$

$\forall R$, son dos raíces reales, negativas y distintas $(R>0) \rightarrow$ SOBREAMORTIG.

Al ser $R>0$, ambas raíces son negativas $\Rightarrow$ la respuesta siempre es estable (sólo sería inestable para $R<-\frac{1}{2}\Omega$).

6.c) Suponiendo R=1/2Ω, determine completamente $i_2(t)$, para t>0.

En la ec. dif. del apdo b, se hace $R=\frac{1}{2}$ y queda:

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2}+\frac{3}{2}\frac{di_2}{dt}+\frac{1}{2}i_2=\frac{E}{4} \rightarrow \text{Frecuencias naturales: } s = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-1 \end{cases}$$

Respuesta completa: $i_2(t)=\underbrace{K_1 e^{-\frac{t}{2}}+K_2 e^{-t}}_{\text{natural}}+\underbrace{\frac{E}{2}}_{\text{forzada}}$

Aplicando C.I.:

$$\left.\begin{aligned} i_2(0)&=0=K_1+K_2+\frac{E}{2} \\ i_1(0)&=0=2E-4\left.\frac{di_2}{dt}\right|_{t=0}-\cancel{i_2(0)}^{\,0}\cdot 3 = 2E-4\left(-\frac{K_1}{2}-K_2\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} K_1&=0 \\ K_2&=-\frac{E}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{i_2(t)=\frac{E}{2}\left(1-e^{-t}\right)} \qquad i_1(t)=2E-4\frac{di_2}{dt}-3i_2=-\frac{E}{2}e^{-t}+\frac{E}{2}=i_2(t)$$

$$\boxed{i_1(t)=\frac{E}{2}\left(1-e^{-t}\right)} \qquad v=2\frac{di_2}{dt}=\boxed{Ee^{-t}=v(t)}$$

OJO: es $i_1=i_2$ por el valor de $R=1/2$, pero no es una generalidad!!

6.d) Dibuje aproximadamente $v(t)$, $i_1(t)$ e $i_2(t)$, indicando los valores que alcanzan en el estado estacionario. Determine la energía almacenada en cada bobina en dicho estado estacionario.

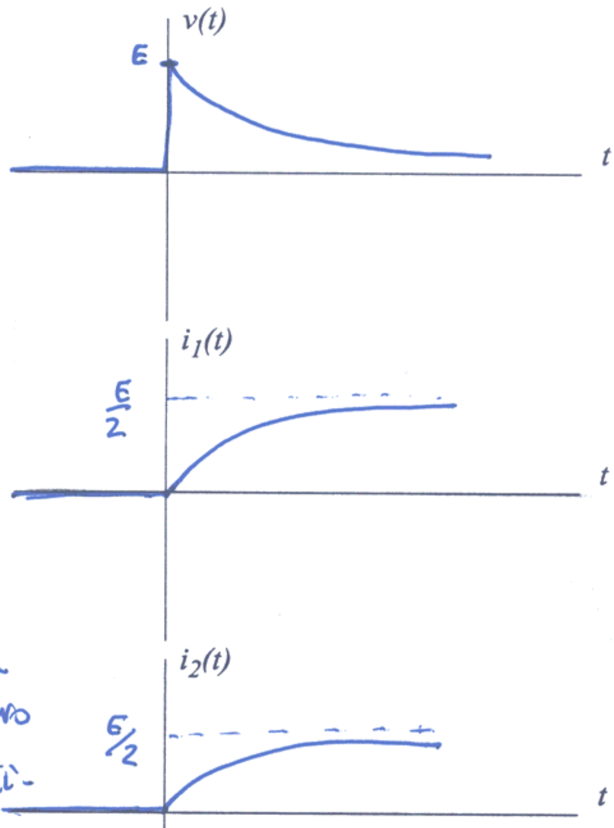
En el estacionario $(t\rightarrow\infty)$

$$v(t)=Ee^{-t} \xrightarrow{t\rightarrow\infty} 0$$

$$i_1(t)=i_2(t)=\frac{E}{2}\left(1-e^{-t}\right) \xrightarrow{t\rightarrow\infty} \frac{E}{2}$$

$$E_{L_1}=\frac{1}{2}L\,i_1(\infty)^2=\frac{1}{2}\cdot 2H\cdot\left(\frac{E}{2}\right)^2=\frac{E^2}{4}\,J$$

$$E_{L_2}=\frac{1}{2}L\,i_2(\infty)^2=\frac{1}{2}\cdot 2H\left(\frac{E}{2}\right)^2=\frac{E^2}{4}\,J$$



OJO: El sistema se comporta como un circuito de 1er orden por el valor de R y las C.I. que hacen $K_1=0$ en la respuesta natural, pero es un caso particular de sobreamortiguamiento, no una generalidad.