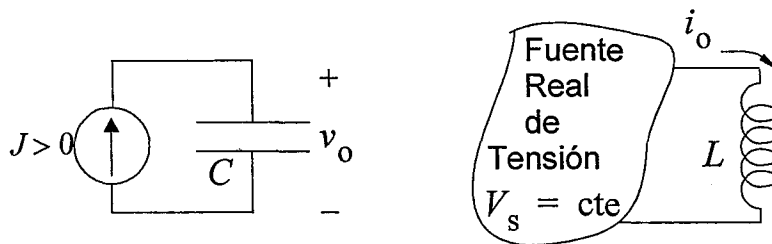


**Ejercicio 1.- (2 puntos)** Responda verdadero o falso a las siguientes afirmaciones referidas a los circuitos de la Figura 1. Añada una breve justificación para cada una de sus respuestas.



**Figura 1**

Considerando el circuito de la izquierda:

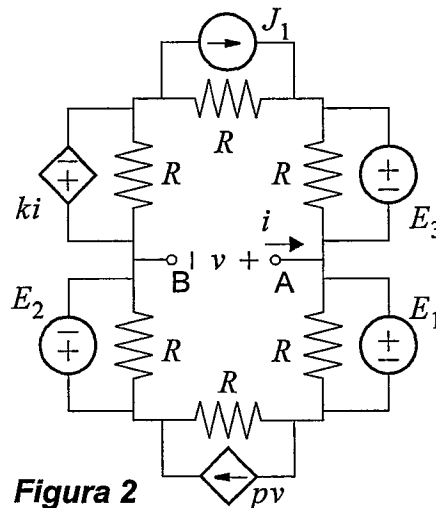
- 1.a) Suponiendo el condensador inicialmente descargado, la tensión  $v_0$  crece sin límite sea cual sea el valor de la capacidad  $C$ .
- 1.b) Suponiendo el condensador inicialmente descargado, la tensión  $v_0$  crece hasta alcanzar un valor límite que cambia con el valor de la capacidad  $C$ .
- 1.c) La tensión  $v_0$  nunca puede decrecer. Sólo puede crecer.

Considerando el circuito de la derecha:

- 1.d) Suponiendo que por la bobina no pasa inicialmente ninguna intensidad, la intensidad  $i_0$  varía sin límite sea cual sea el valor de la inductancia  $L$ .
- 1.e) Suponiendo que por la bobina no pasa inicialmente ninguna intensidad, la intensidad  $i_0$  varía sólo hasta un valor límite, siendo el ritmo de tal variación tanto mayor mientras mayor sea el valor de  $L$ .
- 1.f) La intensidad  $i_0$  que finalmente pasa por la bobina no depende de la resistencia interna de la fuente real de tensión.

**Ejercicio 2.- (2 puntos)** Considere la red de la Figura 2.

- 2.a) Según el teorema de Thevenin/Norton, la red es simplificable hasta un determinado límite. Calcule el equivalente con el menor número de elementos posible (Thevenin o Norton) desde el par de terminales A y B.
- 2.b) Suponga que conecta a dicho par de terminales una resistencia de valor  $R_x$ . En tal caso, obtenga una expresión para la tensión  $v$  en función de  $R$ ,  $R_x$ ,  $k$ ,  $p$ ,  $J_1$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$ .
- 2.c) Determine la potencia suministrada a la resistencia  $R_x$ .

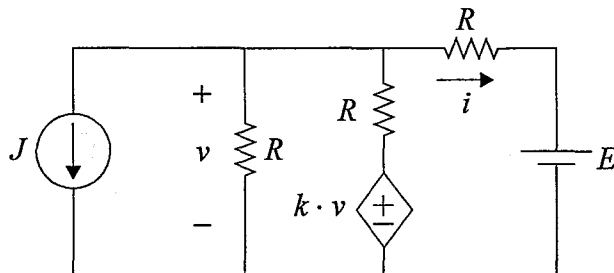


**Figura 2**

Nota: Simplifique inicialmente el circuito para no tener que plantear todas las ecuaciones.

Pista: Considere en primer lugar el equivalente de "resistencia en paralelo con fuente de tensión"

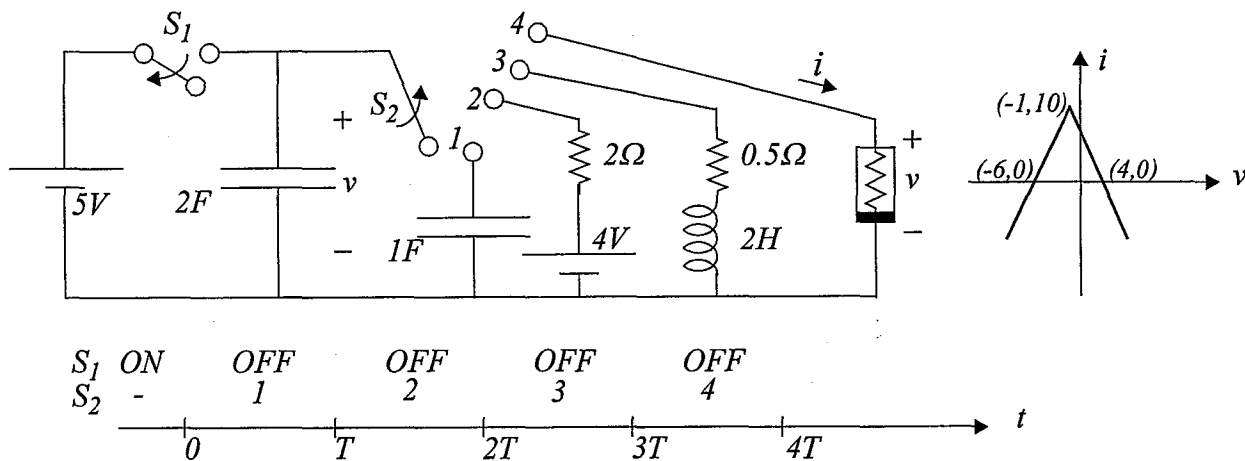
**Ejercicio 3.- (3 puntos)** La figura 3 muestra un circuito resistivo lineal, para el que queremos formular sus ecuaciones de funcionamiento, recurriendo a las técnicas de análisis de nudos y de mallas.



**Figura 3**

- 3.a) Discuta si es directamente compatible sin ninguna transformación con el análisis de nudos.
- 3.b) Obtenga un conjunto de ecuaciones independientes en función únicamente de las tensiones de los nudos. A partir de ellas determine  $i$  y  $v$ .
- 3.c) Discuta si es directamente compatible sin ninguna transformación con el análisis de mallas.
- 3.d) Obtenga un conjunto de ecuaciones independientes en función únicamente de las intensidades en las mallas. A partir de ellas determine  $i$  y  $v$ .

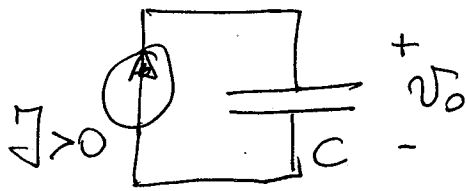
**Ejercicio 4.- (3 puntos)** Considere el circuito de la Figura 4, en el que un condensador de capacidad 2F se encuentra inicialmente conectado a una batería 5V. En el instante  $t=0$ , la llave  $S_1$  se abre (OFF) y la llave  $S_2$  va conmutando por las posiciones 1, 2, 3 y 4. En cada posición se encuentra un tiempo T, conforme al esquema temporal que se muestra en la figura. En la posición 1, el condensador de capacidad 1F está inicialmente descargado. En las posiciones 2 y 3, el tiempo T es suficiente alto como para que se haya alcanzado el estado estacionario. En la posición 4, la característica del resistor no lineal es la que se muestra en la figura.



**Figura 4**

- 4.a) Dibuje, de la forma más aproximada posible, la forma de onda para  $v(t)$ , desde  $t=0^-$  hasta  $t=4T$ . Haga para ello todas las consideraciones que crea necesarias.
- 4.b) Determine la energía almacenada en el condensador de 2F justo después de conmutar la llave  $S_2$  a su nueva posición ( $t=0^+$ ,  $T^+$ ,  $2T^+$  y  $3T^+$ ).

①

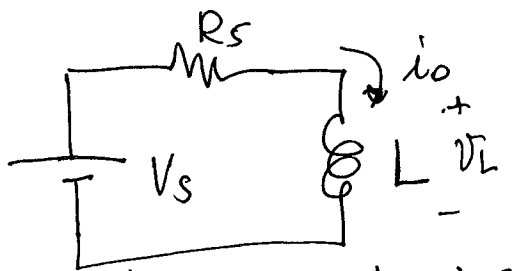


$$J = C \frac{dv_0}{dt}, \quad v_0 = \int_0^t \frac{J}{C} dz + v_0(0) \\ = \frac{J}{C} t + v_0(0)$$

1.a) Verdadero, porque  $v_0(t) = \frac{J}{C} t + v_0(0)$  que es creciente  $\forall J, C \geq 0$

1.b) Falso, por la misma razón que 1.a

1.c) Verdadero, porque  $\frac{J}{C} t > 0 \Rightarrow v_0(t) > v_0(0)$



Fuente real de tensión

$$v_L = L \frac{di_0}{dt} \quad \left| \quad \frac{L}{R_s} \frac{di_0}{dt} + i_0 = \frac{V_s}{R_s} \right. \\ \frac{V_s - v_L}{R_s} = i_0 \quad \left| \quad i_0(t) = \frac{V_s}{R_s} + \left( i_0(0) - \frac{V_s}{R_s} \right) e^{-t/\tau} \right. \\ \tau = L/R_s$$

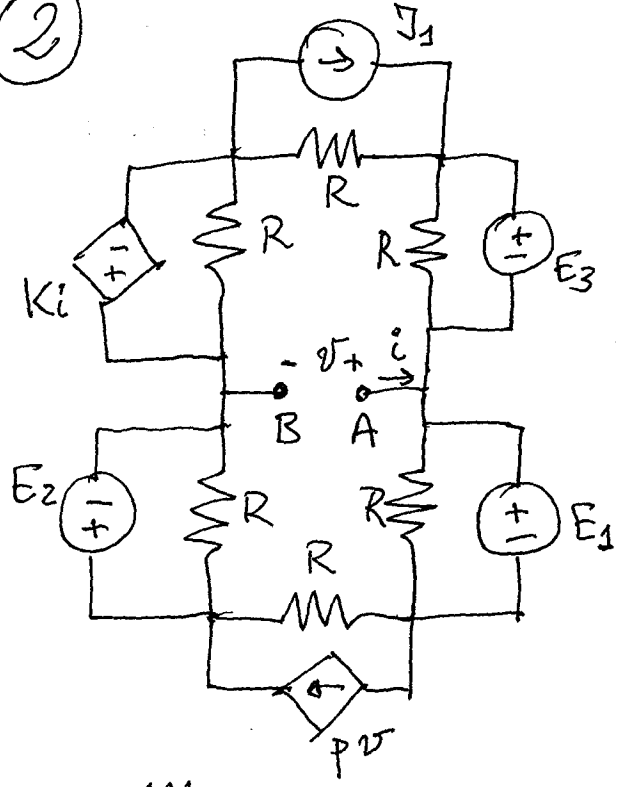
1.d) Falso  $i_0(t) = \frac{V_s}{R_s} (1 - e^{-t/\tau})$ , ya que  $i_0(0) = 0$

luego  $i_0(t)$  variará entre 0 y  $\frac{V_s}{R}$  ( $t \rightarrow \infty$ )

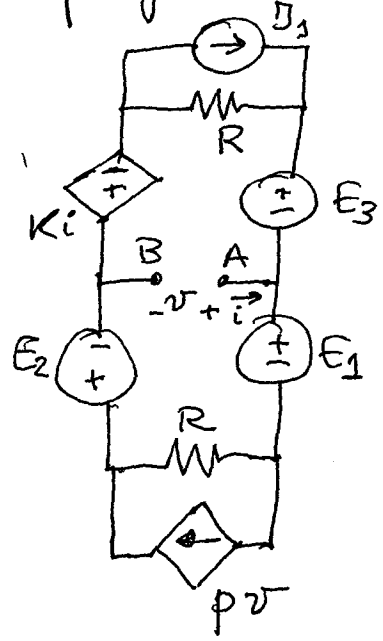
1.e) Falso, aunque  $i_0(t)$  vañ entre 0 y  $\frac{V_s}{R}$ , el ritmo de variación lo marca  $\tau = \frac{L}{R}$ ; si  $L \uparrow$ ,  $\tau \uparrow$  y el ritmo más rápido se da cuando  $\tau \downarrow$

1.f) Falso  $i_0(\infty) = \frac{V_s}{R_s}$ , que depende de  $R_s$

2

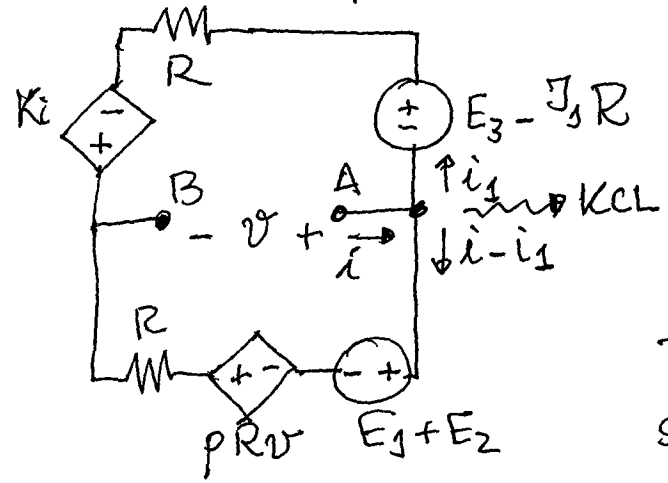


simplificable a:



ya que una Fuente de tensio en paralelo con una R es equivalente a una Fuente de Tensio

Transformando las fuentes de inter



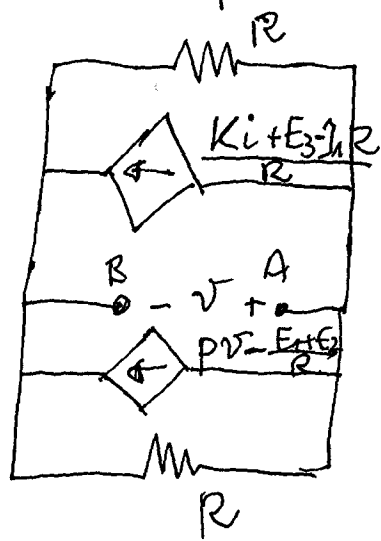
Aplicando KVL en ambas mallo

$$-v - E_3 - J_1 R + i_1 R - Ki = 0$$

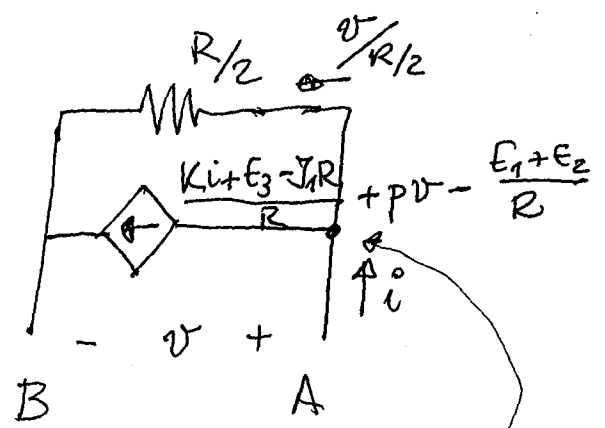
$$-v + (E_1 + E_2) - pRV + (i - i_1)R = 0$$

Despejando  $i_1$  en una ecuacion y sustituyendo en la otra, se resuelve.

Pero se puede simplificar mas:



equivalente a:

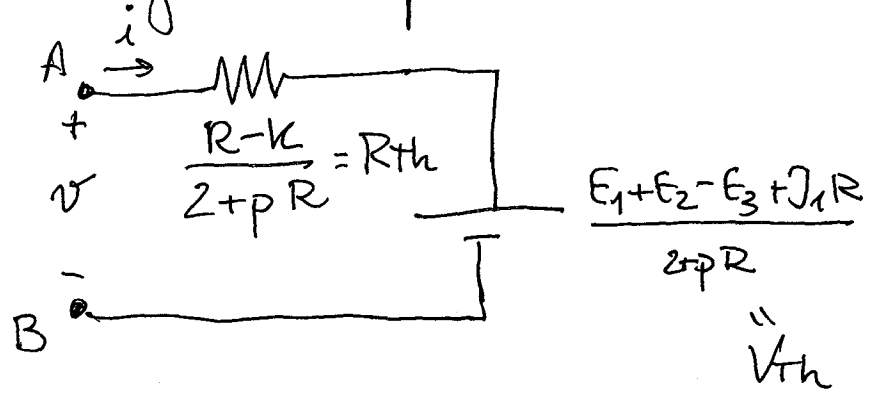


Aplicando KCL en el nudo

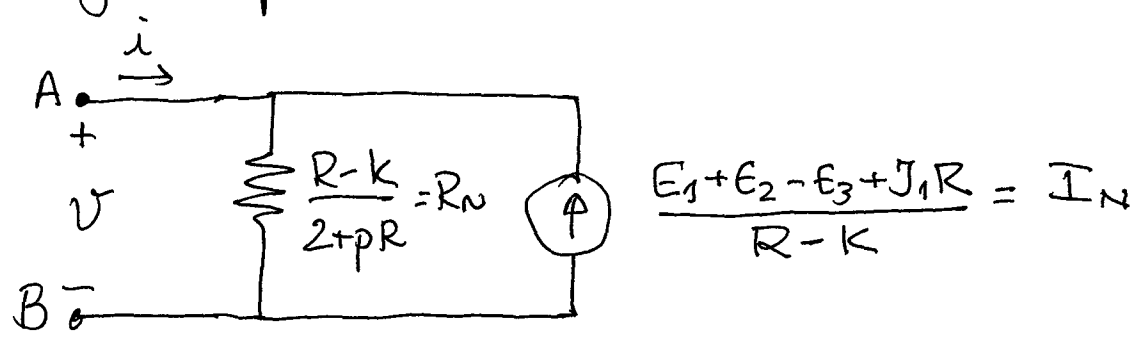
$$i = \frac{Ki + E_3 - J_1 R}{R} + pRV - \frac{E_1 + E_2}{R} + \frac{2V}{R} \Rightarrow$$

$$V = \frac{R - K}{2 + pR} i + \frac{E_1 + E_2 - E_3 + J_1 R}{2 + pR}$$

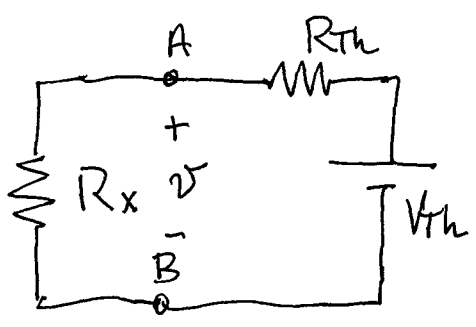
Luego el equivalente Thevenin sera:



y el equivalente Norton:



2.b)



Opera como un divisor de tensiones:

$$v = V_{th} \cdot \frac{R_x}{R_x + R_{th}}$$

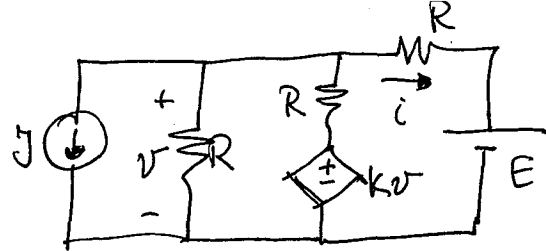
o aplicando KVL

$$v = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + J_1 R}{2 + pR} \cdot \frac{R_x (2 + pR)}{(2 + pR)R_x + R - k}$$

2.c)

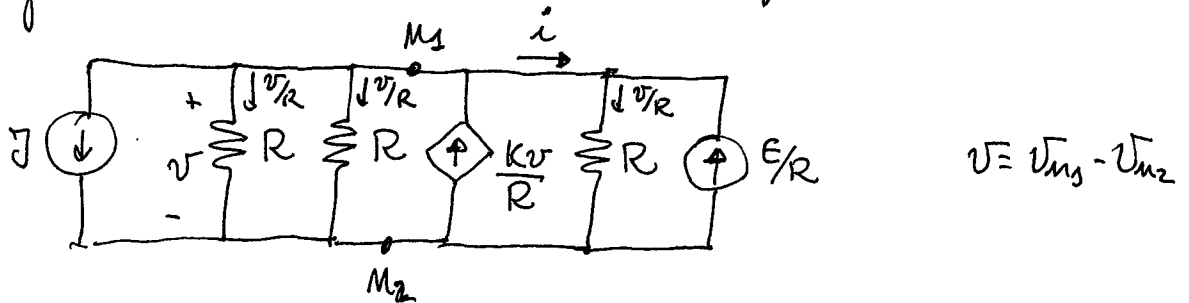
$$Potencia = \frac{v^2}{R_x} = \left( \frac{E_1 + E_2 - E_3 + J_1 R}{(2 + pR)R_x + R - k} \right)^2 R_x$$

3



3.a) No es compatible con el análisis de nudos por la presencia de fuentes de tensión. La transformación:

3.b)



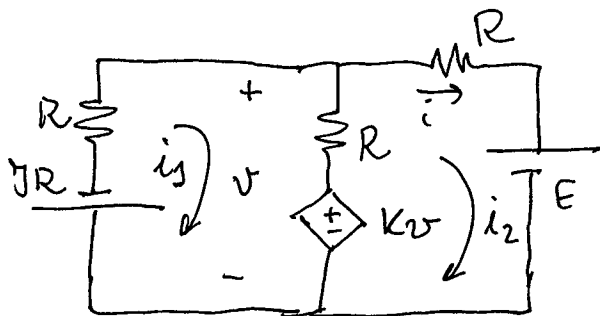
$$v = v_{M1} - v_{M2}$$

$$\text{KCL: } J + \frac{v}{R} + \frac{v}{R} - \frac{kv}{R} + \frac{v}{R} - \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow v \left( \frac{3}{R} - \frac{k}{R} \right) = \frac{E}{R} - J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{E - JR}{3 - k}$$

$$i = \frac{v}{R} - \frac{E}{R} = \frac{Ek - JR - 2E}{R(3 - k)} = i$$

3.c) No es compatible con el análisis de mallas por la presencia de la fuente de intensidad. La transformación:



KVL:

$$JR + i_1 R + (i_1 - i_2) R + kv = 0$$

$$i_2 R + E - kv + (i_2 - i_1) R = 0$$

$$\text{con } v = -JR - i_1 R \quad (*)$$

$$\text{Sustituyendo: } \begin{cases} i_1 (R + R - kR) - i_2 R = JR(k - 1) \\ -i_1 (R - JR) + i_2 (R + R) = -E - JRk \end{cases}$$

o Matriciamente:

$$\begin{bmatrix} R(2 - k) & -R \\ R(k - 1) & 2R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} JR(k - 1) \\ -E - JRk \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{JR(k - 2) - E}{R(3 - k)}$$

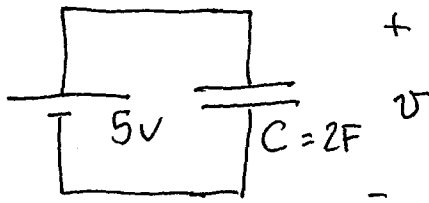
$$i_2 = \frac{Ek - JR - 2E}{R(3 - k)}$$

$i = i_2$  y usando (\*), sale el mismo resultado que en 3.b

④

El condensador se va conectando a una rama distinta en cada intervalo de tiempo:

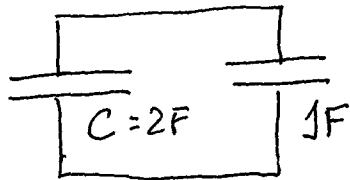
$t < 0$



C se carga a 5v y almacena  
 $q = C \cdot v = 2F \cdot 5v = 10c$   
 $v(t) = 5v$

$0 < t < T$

En  $t = 0^+$ , se conecta al condensador de 1F, inicialmente descargado:



La carga total se conserva:

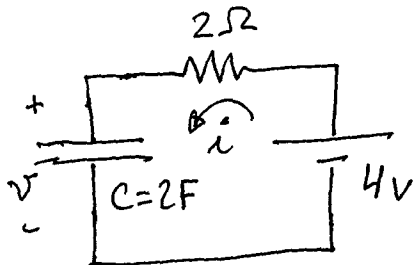
$t = 0^- ; q_T = 10c$

$t = 0^+ \quad q_T = 10c = 2F \cdot v(0^+) + 1F v(0^+)$

$\Rightarrow v(0^+) = \frac{10c}{3F} = 3\frac{1}{3}v$

$v(t) = 3\frac{1}{3}v$

$T < t < 2T$



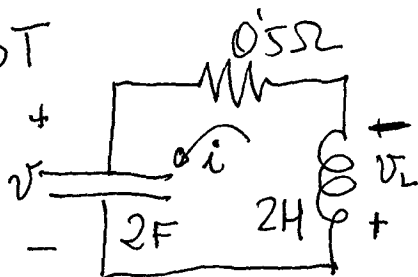
$v(T) = 3\frac{1}{3}v$  (tensión inicial)

KVL:  $-4 + 2i + v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + v = 4$   
 $i = 2 \frac{dv}{dt}$

$v(t) = 4 + (4 - 3\frac{1}{3})e^{-\frac{t-T}{4}}$

Como T es mucho mayor que  $4\tau$ , en  $t = 2T$  alcanza el estacionario  $v(2T) = 4v$

$2T < t < 3T$



$v_L + 0.5i + v = 0 \Rightarrow 4 \frac{d^2v}{dt^2} + \frac{dv}{dt} + v = 0$

$v_L = 2 \cdot \frac{di}{dt} = 4 \frac{d^2v}{dt^2}$

$i = 2 \frac{dv}{dt}$

$\Downarrow$   
 $\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{4} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{4} = 0$

$\omega_0^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{2}$

$\zeta = 1/4$

Como es subamortiguado

$$v(t) = \frac{v(2T)}{\cos \theta} e^{-\xi \omega_0 (t-2T)} \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} (t-2T) - \theta)$$

$$\text{con } \theta = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{\xi \omega_0}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} + \frac{\dot{v}(2T)}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} v(2T)} \right]$$

$\dot{v}(2T)$  se obtiene de la intensidad de la bobina en  $t=2T$

$$\dot{v}(2T) = \frac{i(2T)}{2} = 0$$

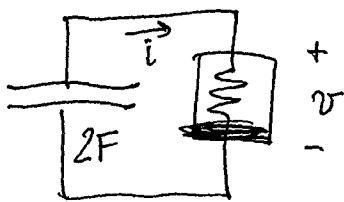
Sustituyendo:  $\theta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{1/8}{\frac{1}{2} \sqrt{1-1/16}} \right) = 0.252 \text{ rad}; \cos \theta = 0.968$   $14.47^\circ$

$$v(t) = \frac{4}{0.968} e^{-\frac{t-2T}{8}} \cos\left(\frac{\sqrt{1-1/16}}{2} (t-2T) - 0.252 \text{ rad}\right) =$$

$$= 4.13 e^{-\frac{t-2T}{8}} \cos(0.484(t-2T) - 0.252 \text{ rad}) = v(t)$$

en  $t=3T$ , la respuesta se ha desvanecido y  $v(3T) \approx 0$

en  $3T < t < 4T$

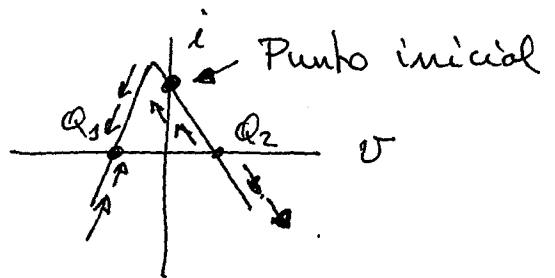


$$\frac{dv}{dt} = -\frac{i}{2}$$

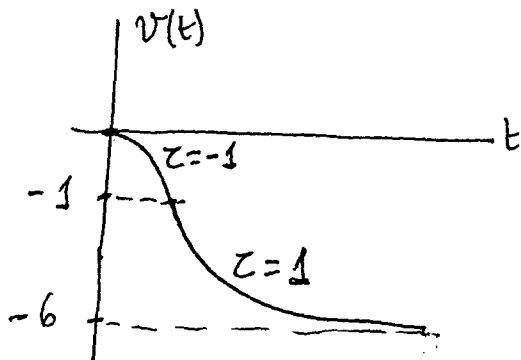
$$i > 0 \Rightarrow v \downarrow$$

$$i < 0 \Rightarrow v \uparrow$$

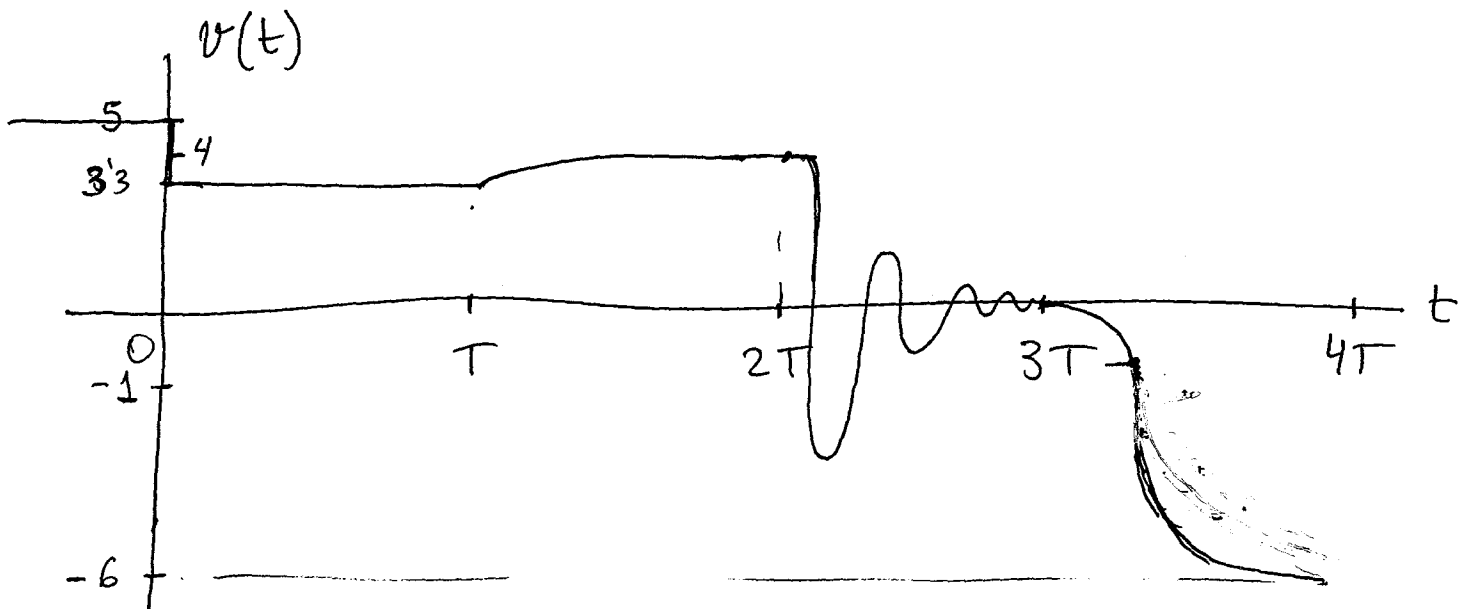
$i = 0 \Rightarrow P. \text{ equilibrio}$  ( $Q_1$  estable,  $Q_2$  inestable)



Aproximadamente:



en  $4T$  ha llegado prácticamente al estacionario, porque si con la llave en (2) alcanzaba el estacionario en  $T$  siendo  $z=4$ , con más razón se alcanzará aquí siendo  $z=1$



$$b) E_c(0^+) = \frac{1}{2} C v(0^+)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3.3^2 = 10.89 \text{ J}$$

$$E_c(T^+) = \frac{1}{2} C v(T^+)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3.3^2 = 10.89 \text{ J}$$

$$E_c(2T^+) = \frac{1}{2} C v(2T^+)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16 \text{ J}$$

$$E_c(3T^+) = \frac{1}{2} C v(3T^+)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$E_c(4T^+) = \frac{1}{2} C v(4T^+)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-6)^2 = 36 \text{ J}$$